Uzbek Journal of Physics

Vol.20(№6) 2018 PP.345-349

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА НА ТЕПЛОЕМКОСТЬ КВАЗИДВУМЕРНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА

П.Ж. Байматов[1], А.Г. Гулямов[2], Б.Т. Абдулазизов[1], Б.К. Султонов

[1]Наманганский государственный университет, 160119 Наманган, Узбекистан
[2]Физико-технический институт АН РУз, 100084 Ташкент, Узбекистан
(Получена 04.06.2018)

Квази икки ўлчовли электрон газнинг ҳолатлар зичлигини, кимёвий потенциални температура бўйича олинган ҳосиласини ва газнинг иссиқлик сиғими каби термодинамик хоссаларини тадқиқ этилиб, рақамли натижалари тақдим этилган. Ушбу катталикларни кимёвий потенциалга боғлиқлиги аниқланган. Ҳолатлар зичлиги зинасимон характерга эгалиги ва иссиқлик сиғимига боғлиқлигида эса резонанс нуқталарида қўшимча зиналар мавжудлиги кўрсатиб берилган. Қўшимча зиналар кенглиги температура ортиши билан ортиб боради. Температура ортиши билан асосий зиналар ювилиб кетсада, қўшимча зиналардан сезиларли даражада излар мавжуд бўлади.

Представлены численные результаты исследования термодинамических свойств квазидвумерного электронного газа: плотность состояний, производная по температуре от химического потенциала и теплоемкость газа. Найдены зависимости этих величин от химического потенциала. Показано, что плотность состояний имеет ступенчатый характер, а в зависимости теплоемкости в точках резонанса существуют дополнительные ступеньки. Ширина дополнительных ступенек растет с температурой. С ростом температуры, когда основные ступеньки практически размыты, от дополнительных ступенек ещё остаются заметные следы.

Numerical results of investigation of the thermodynamic properties of the quasi-two-dimensional electron gas are presented, namely, the density of states, the temperature derivative of the chemical potential, and the heat capacity of the gas,. The dependences of these quantities on the chemical potential are found. It is shown that the density of states has a step-like character, and there are additional steps at the resonance points of the heat capacity temperature dependence. The widths of the additional steps increase with temperature. With increasing temperature, the main steps are practically blurred, but the additional steps are still visible marks.

I. ВВЕДЕНИЕ

Квазидвумерный электронный газ в гетероструктурных квантовых ямах вызывает как фундаментальный, так и прикладной интерес, поскольку пространственное квантование энергии носителей приводит к проявлению интересных низкоразмерных эффектов [1, 2]. Особый интерес вызывает поведение двумерного электронного газа в магнитном поле [3-5], так как с помощью последнего можно значительно изменить свойства системы. При определенных условиях эффекты размерного квантования проявляются в наблюдаемых термодинамических величинах уже в отсутствие магнитного поля [6-8].

Известно, что основной причиной проявления размерно-квантованных эффектов в газе является ступенчатое изменение плотности состояний в критических точках, т.е. в точках резонанса, где химический потенциал μ сравнивается с энергетическими уровнями E_n пространственного квантования [2].

Такое изменение плотности состояний проявляется в той или иной форме во всех наблюдаемых термодинамических величинах. Изменение химического потенциала относительно энергетических уровней пространственного квантования можно наблюдать в зависимости от концентрации n_s или ширины квантовой ямы L.

В данной работе изучаются плотность состояний, производная по температуре от химического потенциала и теплоемкость газа в зависимости от химического потенциала при различных температурах. Результаты показывают, что плотность состояний и энтропия имеют ступенчатый характер, а в зависимости теплоемкости в точках резонанса $\mu = E_n$ (n =1, 2, 3) существуют дополнительные ступеньки, ширина которых растет с температурой.

II. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим идеальный электронный газ с простым параболическим спектром. Энергия отсчитывается от дна зоны проводимости массивного полупроводника. В гетероструктурной квантовой яме энергия поперечного движения квантуется, и электронный газ становится квазидвумерным. Одночастичный спектр можно представить в виде [2]

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + E_n , \tag{1}$$

где $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, E_n – энергетические уровни поперечного движения, m – эффективная масса электрона. Полная двумерная концентрация равна

$$n_s = g_0 \sum_{n=1} \int_{E_n}^{\infty} f(E) dE = g_0 \sum_n T \ln\left(1 + \exp(\frac{\mu - E_n}{T})\right), \tag{2}$$

где $g_0 = m / \pi \hbar^2$, $f(E)$ – функция распределения Ферми-Дирака.

Термодинамическая плотность состояний [9] определяется как

$$g_s = \frac{\partial n_s}{\partial \mu} = g_0 \sum_n \frac{1}{\exp\left((E_n - \mu)/T\right) + 1}. \tag{3}$$

Выражение для теплоемкости газа можно получить, дифференцируя полную энергию

$$U_s = g_0 \sum_n \int_{E_n}^{\infty} E f(E) dE \tag{4}$$

по температуре, т.е $C_s = \partial U_s / \partial T$. Представим теплоемкость в виде

$$C_s = C_1 + \frac{d\mu}{dT} C_2 , \tag{5}$$

где

$$C_1 = g_0 \sum_n \int_{(E_n - \mu)/2T}^{\infty} \frac{x(\mu + 2xT)}{\cosh\left(x\right)^2} dx \tag{6}$$

$$C_2 = \frac{g_0}{2} \sum_n \int_{(E_n - \mu)/2T}^{\infty} \frac{\mu + 2xT}{\cosh\left(x\right)^2} dx . \tag{7}$$

Здесь $x = (E - \mu)/2T$. Производную по температуре от химического потенциала $d\mu/dT = -B/A$ можно найти из условия постоянства числа частиц (2), где

$$B = \sum_n \left[\ln\left(1+\exp\left(\frac{\mu - E_n}{T}\right)\right) + \frac{E_n - \mu}{T\left(\exp\left(\frac{E_n-\mu}{T}\right)+1\right)} \right], \tag{8}$$

$$A = \sum_n \frac{1}{\exp\left(\frac{E_n-\mu}{T}\right)+1}. \tag{9}$$

В приближении одной минизоны и при низких температурах выражение для теплоемкости имеет вид [6, 7]

$$C_s = g_0 \frac{\pi^2}{3} T . \tag{10}$$

III. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

При не слишком низких температурах зависимость теплоемкости от химического потенциала можно получить лишь численным путем на основе соотношений (5)-(9). Явный вид спектра электрона в гетероструктурной квантовой яме E_n можно определить, решая квантовомеханическую задачу. В дальнейшем при численных расчетах воспользуемся его простой аппроксимацией $E_n = E_1 n^2$, (n = 1,2,3…).

Сначала рассмотрим зависимости плотности состояний $g_s(\mu)$ и производной $d\mu/dT$ от химического потенциала μ. Результаты численного моделирования этих величин по формулам (3), (8) и (9) при E_1 = 0.05 eV и n = 1, 2, 3 показаны на рис. 1.

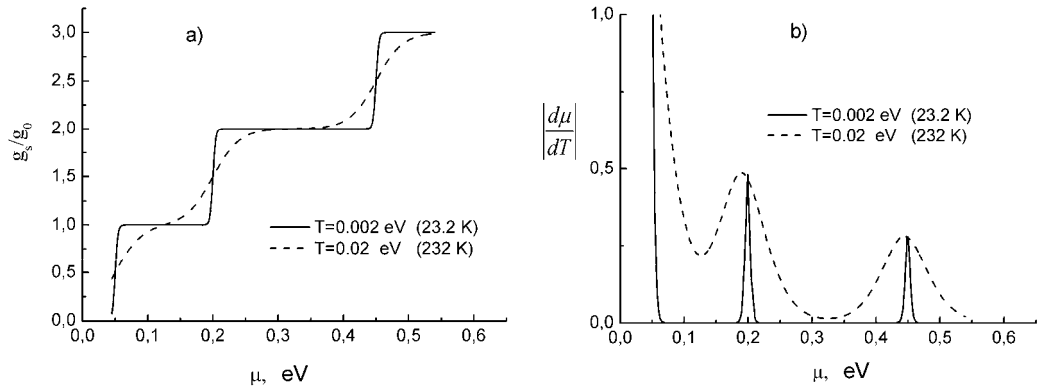


Рис. 1. Зависимости a) плотности состояний $g_s(\mu)/g_0$ и b) производной $|d\mu/dT|$ от химического потенциала при E_1 = 0.05 eV и разных температурах: T = 0.002 eV (23.2 K) – сплошные линии, T = 0.02 eV (232 K) – штриховые линии.

Природа зависимости $g_s(\mu)$ хорошо известна [2]. Согласно (3), общая плотность состояний равна сумме плотностей состояний последовательно расположенных перекрывающихся минизон. Резкие скачки наблюдаются при достаточно низких температурах, когда химический потенциал пересекает дно минизоны. С ростом температуры резкие ступенчатые изменения $g_s(\mu)$ превращаются в более гладкие зависимости (штриховая линия на рис. 1*a*). Как

видно из соотношений (3), это обусловлено разглаживанием ступеньки Ферми-Дирака вблизи $E \sim \mu$ при росте температуры.

Природа зависимости $d\mu/dT$ от химического потенциала подробно изучена в работе [8]. Как видно из графика на рис. 1*b* (сплошная линия), при достаточно низких температурах в точке резонанса $\mu=E_n$ величина $d\mu/dT$ имеет резкие пики. Высота этих пиков зависит от номера квантового уровня N и не зависит от температуры и эффективной массы. Высота пиков уменьшается с ростом номера квантового уровня N. С ростом температуры ширина этих пиков растет (штриховая линия на рис. 1*b*). Внутри минизоны $E_{N-1} < \mu < E_N$, где плотность состояний постоянна (при $T \to 0$), производная $d\mu/dT$ экспоненциально мала.

Рассмотрим теперь зависимости теплоемкости от химического потенциала $C_s(\mu)$ при разных фиксированных температурах. Для сравнительного анализа зависимости $g_s(\mu)/g_0$ удобно задавать теплоемкости в единицах (10). Результаты численных расчетов на основе соотношений (5)-(9) при $E_1 = 0.05$ eV и $n = 1, 2, 3$ показаны на рис. 2.

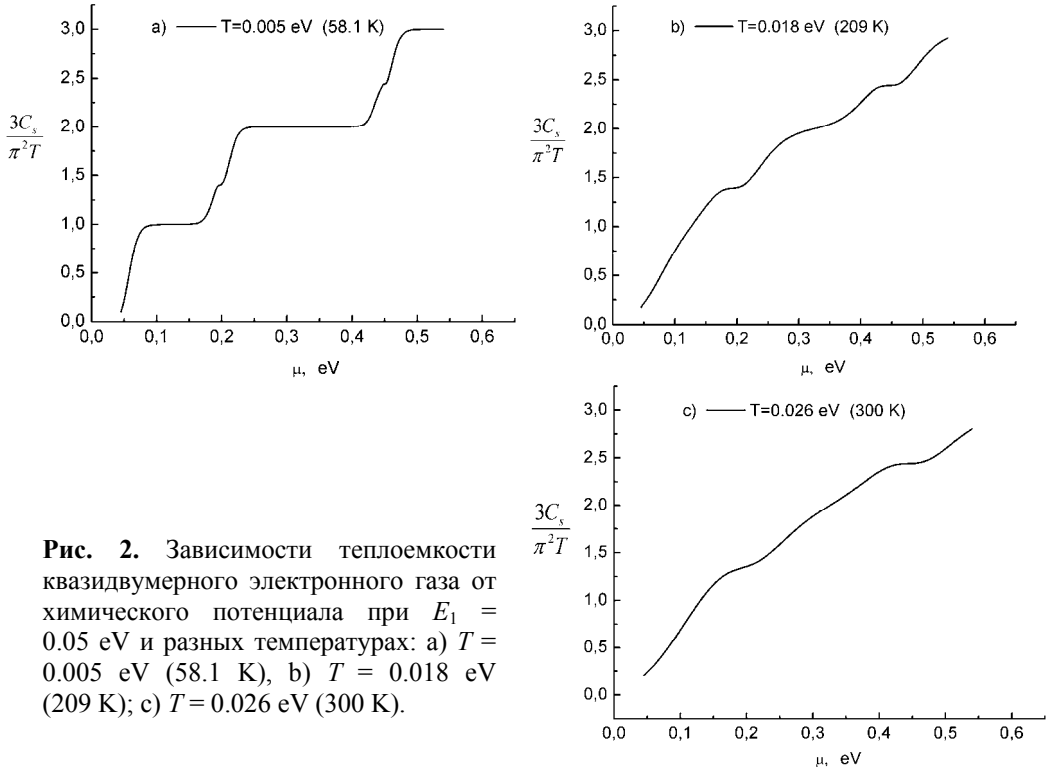


Рис. 2. Зависимости теплоемкости квазидвумерного электронного газа от химического потенциала при $E_1 = 0.05$ eV и разных температурах: a) $T = 0.005$ eV (58.1 K), b) $T = 0.018$ eV (209 K); c) $T = 0.026$ eV (300 K).

Согласно рис. 2*a*, при достаточно низких температурах, теплоемкость изменяется скачкообразно, т.е. практически повторяет зависимость плотности состояний (см. рис. 1*a*). Ширина пиков производной $d\mu/dT$ в точке резонанса мала ($\sim T$) и на графике не заметна.

С ростом температуры ширина этих ступенек растет, что более заметно проявляется в графике рис. 2*b*). Отметим, что с ростом температуры одновременно происходит размытие ступенек. Согласно рис. 2*c*, при температуре T=300 K

основные ступеньки практически размыты, а следы дополнительных ступенек ещё заметны.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведены результаты анализа теплоемкости квазидвумерного идеального газа на основе простой модели. В расчетах не учтены многие факторы, такие как процесс рассеяния, межэлектронное взаимодействие и.т.п., которые могут существенно влиять на полученные результаты. Несмотря на это в работе найдено, что в простой модели квазидвумерного идеального газа в зависимости теплоемкости от химического потенциала, кроме основных лестницеподобных ступенек, которые связаны с особенностями изменения плотности состояний, существует ещё дополнительные ступеньки, обусловленные отрицательными пиками величины $d\mu/dT$ в точках резонанса. Ширина дополнительных ступенек растет с температурой. С ростом температуры основные ступеньки практически размываются, от дополнительных ступенек ещё остаются заметные следы.

Такие особенности поведения теплоемкости, полученные на основе простой модели, служат как тест при рассмотрении более реалистических моделей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. Электронные свойства двумерных систем (Мир, Москва, 1985).
2. А.Я. Шик, Л.Г. Бакуева, С.Ф. Мусихин, С.А. Рыков. Физика низкоразмерных систем. Под ред. А.Я. Шика (С-Петербург, Наука, 2001).
3. W. Zawadzki, Springer Series in Solid State Sciences **53**, 79 (1984).
4. D. Vagner, HIT Journal of Science and Engineering A **3**, 102 (2006).
5. A.C.A. Ramos, G.A. Farias, N.S. Almeida, Physic E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures **43**, 1878 (2011).
6. В.М. Гохфельд, Физика низких температур **31**, 769 (2005).
7. Н.В. Глейзер, А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба, М.А. Соляник, Вісник ХНУ № 962, серія Фізика **15**, 15 (2011).
8. A.A. Varlamov, A.V. Kavokin, and Y.M. Galperin, Phys. Rev. B **93**, 155404 (2016).
9. И.В. Кукушкин, С.В. Мешков, В.Ф. Тимофеев, УФН **155**, вып. 2, 219 (1988).