Uzbek Journal of Physics

Vol.22(№1) 2020 PP.8-15

К ТЕОРИИ БЛИЖНЕГО ПОЛЯ ВОКРУГ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МИКРОСФЕРЫ

Д.Б. Юсупов[1], У. Сапаев[1], О.Б. Исмаилова[3,4], Д.Б. Бозорова[2]

[1]Ташкентский государственный технический университет им. Ислама Каримова,100195, Ташкент, ул. Университетская, Узбекистан

[2]Институт ионно-плазменных и лазерных технологий АН РУз, 100125, Ташкент, ул. Дурмон йули, 33, Узбекистан

[3]Узбекско-японский молодёжный центр инноваций, 100195, Ташкент, ул. Университетская, 2Б, Узбекистан, oismailova56@gmail.com

[4]Туринский политехнический университет, 100195, Ташкент, ул. Кичик халка йули, 17, Узбекистан

(Получена 23.11.2019)

Бу ишда намунага яқин бўлган электромагнит майдоннинг тақсимланиши ўрганилган. Олинган натижалар скаляр тўлқинлар назариясидан ва рақамли ҳисоблашлардан фойдаланиб диэлекрик микросфера яқинидаги майдон учун олдин ишлаб чиқилган назарий модел билан таққосланди. Намуна яқинидаги майдонни тақсимланиши нафақат ўлчамга, балки нанонамунанинг шаклига ҳам боғлиқ эканлиги кўрсатилди. Микросфера яқинида электромагнит майдон ва майдон импулси компонентлари учун аниқ аналитик шакллар олинди. Назарий натижа рақамли ҳисоблашларга мос келади.

В работе обсуждается распределение электромагнитного поля вблизи образца. Полученные результаты сравниваются с результатами раннее развитой теоретической модели для ближнего поля вблизи диэлектрической микросферы с использованием теории скалярных волн и с численными расчётами. Показано, что распределение поля вблизи образца зависит не только от размера, но и от формы нанообразца. Получены явные аналитические формы для компонентов электромагнитного поля и импульса поля вблизи микросферы. Теоретический результат хорошо согласуется с численными расчетами.

In the paper, the distribution of the electromagnetic field near the sample is discussed. The results are compared with the results of an earlier developed theoretical model for the field near the dielectric microsphere using the theory of scalar waves and with numerical calculations. It was shown that the field distribution near the sample depends not only on the size, but also on the shape of the nanosample. Explicit analytical forms are obtained for the components of the electromagnetic field and momentum field near the microsphere. The theoretical result agrees well with numerical calculations.

I. ВВЕДЕНИЕ

Последние достижения оптической микроскопии в области ближнего поля позволяют получить изображение структуры образца с нанометровым разрешением [1–3], которое выходит за пределы дифракционного предела. Используя метод ближнего поля, можно выполнить спектроскопию на одной молекуле и спектрально и временно разрешить спектр флуоресценции микроскопического объекта [4-7]. В большинстве случаев визуализации и спектроскопии в ближнем поле относительное положение образца и источника излучения представляется важной из-за быстрого изменения распределения электромагнитного поля вблизи образца, и именно это изменение делает возможным разрешение субволновой длины волны.

Важной задачей является получение явных форм для распределения электромагнитного поля вблизи исследуемого объекта. Недавно было получено несколько результатов численного моделирования [8-11] для сканирующей оптической микроскопии вблизи поля. Другие авторы пытались получить аналитическое выражение для распределения вблизи поля [12, 13], но большинство результатов выражается в виде пространственных интегралов или средних значений по пространству вблизи образца. Поэтому до сих пор остается открытым, как получить локальную информацию о распределении поля в зависимости от пространственных координат.

Целью работы является численное моделирование распределения электромагнитного поля вблизи микросферы и сравнение с аналитическими результатами.

Ниже мы покажем, что аналитические решения компонентов ближнего поля вокруг наносферы с размером от 50 до 100 нм, создаваемого падающей плоской волной, могут быть получены и влияние ближнего поля может быть применено в некоторых приложениях. Сравнение наших результатов с аналитическим дает хорошее согласие, также и сравнение с экспериментальными результатами других авторов и с численными расчетами. Показано, что область локализации ближнего поля пропорциональна размеру наносферы, что импульс поля локально изменен интерференцией между падающим и ближним полем и что величина модуляции зависит от размера и формы сферы.

II. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Предположим, что линейно поляризованная плоская волна, распространяющаяся в пустом пространстве в направлении z, падает на диэлектрическую сферу радиуса a. Мы предполагаем для простоты, что сфера не является проводящей и имеет диэлектрическую проницаемость. Предполагая гармоническую зависимость поля от времени $\exp(i\omega t)$, для электрического и магнитного поля можно записать уравнения Максвелла:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{\mathrm{H}} &= -k_1 \vec{\mathrm{E}} \\ \nabla \times \vec{\mathrm{E}} &= -k_2 \vec{\mathrm{H}} \end{aligned}, \tag{1}$$

где $k_1 = i\omega\sqrt{\varepsilon(r)}\,/\,\mathrm{c}$ и $k_2 = i\omega / c$.

Мы предположили, что сфера находится в вакууме $\epsilon(r) = \epsilon_0$ и $\epsilon(r) = \epsilon$ внутри сферы. Уравнение (1) можно обобщить на любой случай однородной среды. Мы считаем вектор электрического поля вне сферы как сумму падающего и рассеянного полей, как показано на рис. 1 с аналогичными выражениями для вектора магнитного поля.

$$\mathrm{E} = \begin{cases} \mathrm{E}^{(i)} + \mathrm{E}^{(s)} & \text{за пределами сферы} \\ \mathrm{E}^{(w)} & \text{внутри сферы} \end{cases} \tag{2}$$

Известно, что компоненты векторов электрического и магнитного поля, в формуле (2) можно рассчитать из потенциала Дебая, П, который удовлетворяет уравнению Гельмгольца $(\nabla^2 = k^2)\Pi = 0$ [14]. Поэтому моды электромагнитного поля с разными частотами являются ортогональными. Представим внутреннее поле

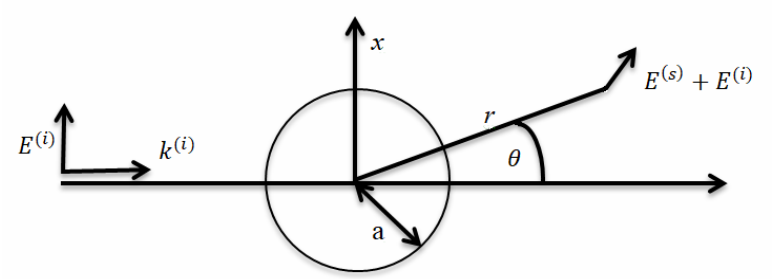


Рис. 1. На рисунке показаны диэлектрическая сфера и падающее поле. Падающий свет распространяется в направлении +*z*, поляризация – вдоль оси *x*, а углы θ и φ измеряются от центра сферы.

монохроматическим и поляризованным в направлении z и амплитуду, которая будет нормализована к единице таким образом, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\begin{aligned} E_x^{(i)} &= \exp(ikz) \\ H_y^{(i)} &= \beta \exp(ikz) \end{aligned}, \tag{3}$$

где $\beta = k_1 / k_2$. Все остальные декартовы компоненты равны нулю. Граничные условия, необходимые для получения полного поля, состоят в том, что тангенциальные компоненты векторов электрического и магнитного полей непрерывны на поверхности сферы $r = a$. Условие, что радиальные компоненты векторов поля являются непрерывными по всей поверхности диэлектрической сферы, следует из приведенных выше уравнений и уравнений Максвелла. Для компонентов вектора электромагнитного поля рассеянного поля вне сферы общее решение записывается в сферических полярных координатах, как в [14].

$$\begin{aligned} E_r^{(s)} &= \frac{\cos\varphi}{\rho^2}\sum_{l=1}^{\infty} l(l+1) A_l \zeta_l^{(1)}(\rho) P_l^{(1)}(\rho)(\cos\theta) \\ E_\theta^{(s)} &= -\frac{\cos\varphi}{\rho}\sum_{l=1}^{\infty}\left\{ A_l \zeta_l^{(1)'}(\rho) P_l^{(1)'}(\cos\theta)\sin\theta - iB_l \zeta_l^{(1)}(\rho) P_l^{(1)}(\cos\theta)\frac{1}{\sin\theta}\right\}. \\ E_\varphi^{(s)} &= -\frac{\sin\varphi}{\rho}\sum_{l=1}^{\infty}\left\{ A_l \zeta_l^{(1)'}(\rho) P_l^{(1)}(\cos\theta)\frac{1}{\sin\theta} - iB_l \zeta_l^{(1)}(\rho) P_l^{(1)'}(\cos\theta)\sin\theta\right\} \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $\rho = kr$, $k = n\omega / c$ в пустом пространстве и $\zeta_l^{(1)} = \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} H_{l+1/2}^{(1)}(\rho)$, где $H_{l+1/2}^{(1)}(\rho)$ – функция Хенкеля, а $P_l^{(1)}$ – функция Лежандра. Простые числа обозначают производные по ρ. Коэффициенты разложения A_l и B_l для электрических и магнитных волн определяются граничным условием при $r = a$. Когда радиус сферы намного меньше длины волны света $(a \ll \lambda)$, так что $q \equiv ka \ll 1$, уравнения приобретают следующий вид:

$$A_l \approx i^l \frac{q^{2l+1}}{l^2\left[(2l-1)!!\right]^2}\frac{n^2-1}{n^2+\frac{l+1}{l}}$$
$$B_l \approx i^l \frac{q^{2l+1}}{l(l+1)(2l+1)(2l+3)\left[(2l-1)!!\right]^2}\left(n^2-1\right) \quad , \qquad (5)$$

где n – показатель преломления микросферы. Здесь мы предполагаем, что размер сферы намного меньше длины волны, но в то же время значительно больше, чем размер атомов в сфере, так что использование однородной диэлектрической проницаемости является допустимым. Вне сферы, где $r \geq a$, мы сразу же обнаружим, что первый член, содержащий A_i, является доминирующим. Поэтому мы можем записать решение для рассеянного электрического поля в приближении первого порядка как:

$$E_r^{(s)} = \frac{2iAq^3}{\rho^2}\zeta_l^{(1)'}(\rho)\sin\theta\cos\varphi$$
$$E_\theta^{(s)} = \frac{iAq^3}{\rho^2}\zeta_l^{(1)'}(\rho)\cos\theta\cos\varphi \quad . \qquad (6)$$
$$E_\varphi^{(s)} = -\frac{iAq^3}{\rho^2}\zeta_l^{(1)'}(\rho)\sin\varphi$$

Здесь

$$A = \frac{n^2-1}{n^2+2}, \qquad \zeta_l^{(1)}(\rho) = -e^{i\rho}\left(1+\frac{i}{\rho}\right), \qquad \zeta_l^{(1)'}(\rho) = -e^{i\rho}\left(i-\frac{1}{\rho}-\frac{i}{\rho^2}\right). \qquad (7)$$

Приведенные выше уравнения справедливы для произвольного значения r, где $r > a$. Компонентами электрического поля в ближней зоне, полученными из уравнения (7), когда $\lambda \gg r \approx a$, являются

$$E_r^{(s)} = \frac{2Aa^3}{r^3}e^{ikr}\sin\theta\cos\varphi$$
$$E_\theta^{(s)} = \frac{-Aa^3}{r^3}e^{ikr}\cos\theta\cos\varphi\,. \qquad (8)$$
$$E_\varphi^{(s)} = \frac{-iAq^3}{r^3}e^{ikr}\sin\varphi$$

Отметим, что магнитные компоненты поля намного меньше по величине электрических в области $r \approx a$, $ka \ll 1$. Необходимо отметить, что компоненты электрического поля затухают с расстоянием как a^3/r^3. Следовательно, можно сказать, что ближнее поле локализовано вокруг микросферы в области, вытянутой от поверхности сферы порядка a^3/r^3. Это противоречит общеизвестному плоскому граничному случаю, когда затухание амплитуды электрического поля является экспоненциальным, а затухающая волна локализуется в области порядка λ. Отметим также, что абсолютные амплитуды поля не зависят от длины волны в ближней области в первом приближении, в отличие от дальнего поля. Этот результат согласуется с точкой зрения, что ближнее поле создается

пространственной фазовой модуляцией света [15]. Также можно легко показать, что отношение E_θ / E_φ для рассеянного поля всегда является действительным, поэтому рассеянный свет в дальней зоне линейно поляризован в любом направлении распространения.

Уравнение (8) показывает, что продольная компонента ближнего электрического поля больше, чем поперечные составляющие. Продольная составляющая магнитного поля незначительна в этом приближении. В случае, когда рассеянное поле комбинирует с полем падения за пределами сферы, радиальные электрические составляющие падающего и рассеянного полей складываются, а тангенциальные электрические составляющие компенсируют друг друга.

III. МОМЕНТ ИМПУЛЬСА БЛИЖНЕГО ПОЛЯ

Чтобы изучить импульс рассеянного электромагнитного поля, мы рассчитываем усредненный по времени вектор Пойнтинга, определенный как

$$\boldsymbol{S}^{(s)} = \frac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\left(\vec{\mathrm{E}}^{(s)} \times \vec{\mathrm{H}}^{(s)*}\right). \tag{9}$$

Используя уравнения (7), (8) и (9), мы получаем вектор Пойнтинга для рассеянного поля:

$$\begin{aligned} S_r^{(s)} &= \frac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\left[\frac{\beta A^2 q^6}{\rho^2}\left(1+\frac{i}{\rho}\right)\right]\left(\cos^2\theta\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\right) \\ S_\theta^{(s)} &= 0 \\ S_\varphi^{(s)} &= 0 \end{aligned} \quad . \tag{10}$$

Для рассеянного поля $\left(E \times H^*\right)_\theta$ и $\left(E \times H^*\right)_\varphi$ являются чисто мнимыми. Мнимый член в радиальном компоненте $\left(E \times H^*\right)_r$ исходит из вклада ближнего поля, но он не вносит вклад в вектор Пойнтинга. Это означает, что ближнее поле является нераспространяющимся полем. Таким образом, результат расчета импульса показывает справедливость уравнений (7) и (8). Взяв действительную часть $S_r^{(s)}$ в формуле (10), можно показать, что поток энергии такой же, как у одиночного дипольного излучения в дальней зоне, что также ожидается. Из этого результата также можно сразу же обнаружить, что момент импульса $\boldsymbol{L} = \mathrm{Re}\left[\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{S}\right]$ всегда равен нулю для рассеянного ближнего поля, что согласуется с результатом эксперимента ближней полевой сканирующей оптической микроскопии с круговой поляризацией света [16].

Когда мы рассматриваем реальную ситуацию, такую как эксперимент ближней полевой сканирующей оптической микроскопии без апертуры [2, 3], образец и зонд испытывают падающее и рассеянное поля вместе. Более того, само рассеянное поле на самом деле создается падающим полем, взаимодействующим с диэлектрической сферой, поэтому необходимо рассматривать полное поле в целом, чтобы найти фактический импульс поля, испытываемый наконечником зонда (или образцом). Вектор Пойнтинга полного поля выражается как

$$\boldsymbol{S} = \frac{c}{8\pi}\ \mathrm{Re}\left(\vec{\boldsymbol{E}} \times \vec{\boldsymbol{H}}^{*}\right), \tag{11}$$

а полные компоненты поля:

$$\begin{aligned} E_r &= \left(\frac{2iAq^3}{\rho}\zeta_l^{(1)}(\rho) + e^{i\rho\cos\theta} \right)\sin\theta\sin\varphi \\ E_\theta &= \left(\frac{iAq^3}{\rho}\zeta_l^{(1)'}(\rho) + e^{i\rho\cos\theta} \right)\cos\theta\cos\varphi \\ E_\varphi &= -\left(\frac{iAq^3}{\rho}\zeta_l^{(1)'}(\rho) + e^{i\rho\cos\theta} \right)\sin\varphi \end{aligned} \tag{12}$$

Когда $q \ll 1$ и $r \approx a$, мы получаем в приближении первого порядка

$$\begin{aligned} S_r &\approx \frac{c\beta}{8\pi}\left(1 - \frac{Aa^3}{r^3}\right)\cos\theta \\ S_\theta &\approx \frac{c\beta}{8\pi}\left[-1 + \frac{Aa^3}{r^3}\left(1 - 3\cos^2\varphi\right)\right] \\ S_\varphi &\approx \frac{c\beta}{8\pi}\frac{3Aa^3}{r^3}\cos\theta\sin\theta\cos\varphi\sin\varphi \end{aligned} \tag{13}$$

Члены a^3 / r^3 в приведенных выше уравнениях являются полевыми вкладами и показывают изменение импульса из-за присутствия диэлектрической микросферы.

Другими словами, интерференция между падающим полем и рассеянным полем из сферы приводит к слагаемому $A\,a^3 / r^3$ в выражениях. Например, давайте рассмотрим ситуацию, в которой атом расположен на одной линии рядом с микросферой в прямом направлении распространения света лазера и вдоль направления поляризации. В этом случае мы берем $\theta = \pi / 2$ и $\varphi = 0$, а импульс света равен

$$S_r = 0, \qquad S_\varphi = 0, \qquad S_\theta = \frac{cn}{8\pi}\left[1 + \frac{2Aa^3}{r^3}\right],$$

$A = n^2 - 1 / n^2 + 1$ в случае вакуума равно 0.

Для типичного значения $n = 1.45$ значение A составляет 0.27, поэтому импульс света, который испытывает атом, увеличивается в 1.54 раза. Поскольку ближнее поле создается взаимодействием света и вещества, атом испытывает передачу импульса от самого светового поля и от диэлектрической сферы.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Недавно было экспериментально продемонстрирована интерферометрическая оптическая микроскопия ближнего поля, достигающая разрешения 1 нм [2]. Метод визуализации, использованный в этом эксперименте, обнаружил выходную модуляцию интерферометра от двух диполей с внешним возбуждением наконечника и диполей образца (рис. 2). При объяснении экспериментальных результатов наведенное поле приблизительно рассматривалось как плоская волна, а источник взаимодействия и образец рассматривались как индуцированные диполи,

поляризуемость которых изменялась в присутствии друг друга. Амплитудные и фазовые вариации рассеянного света были рассчитаны с использованием матрицы рассеяния в дальней зоне.

Наш результат показывает, что продольный компонент электрического поля является доминирующим в ближнем поле и подтверждает правильную картину диполь-дипольного взаимодействия. Полное поле, испытываемое образцом в эксперименте, состоит из рассеянного поля от источника распространения ($\theta = \pi$) и падающей волны и выражается как

$$E_r = 0, \qquad E_{\tan} = \left(1 - \frac{\rho_0}{z^3}\right) e^{iz} E^i_{\tan}. \tag{15}$$

Следовательно, в опыте доля измененного поля образца, нормированная по амплитуде падающего поля, равна

$$\frac{\Delta E_{\tan}}{E^{(i)}_{\tan}} = \frac{\rho_0}{z^3} e^{iz}, \tag{16}$$

где $z = r/a$ – расстояние между источником и образцом и $\rho_0 = Aa^3$. Рассеянное поле от образца, измененное наличием источника распространения поля, показывает, что изменение фазы и абсолютной амплитуды зависит от расстояния между ними. Этот расчет хорошо согласуется с экспериментальным результатом, полученным в [2], и подтверждает порядок разрешения в 1 нм, которого они достигли.

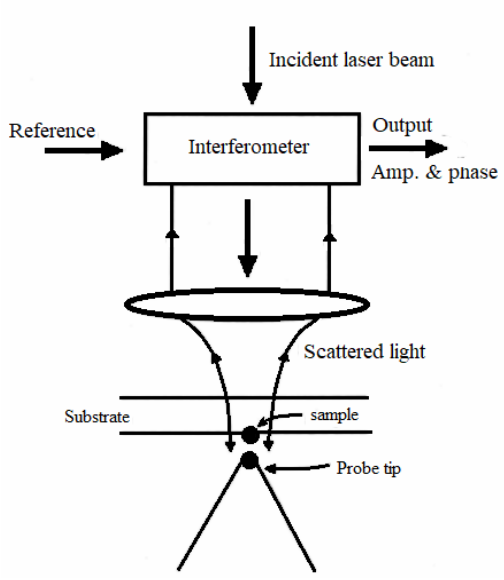


Рис. 2. Простая принципиальная схема эксперимента в [2]. Обратно рассеянный свет от образца объединяется с лучом в интерферометре, а амплитудная и фазовая модуляции на выходе интерферометра измеряются с помощью фотодетекторов.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Было показано, что аналитические формы локальных компонентов ближнего поля могут быть получены в хорошем приближении для случая монохрома-

тической плоской волны диэлектрической наносферы. Мы обнаружили, что ближнее поле локализовано в сферической области радиуса 2*a* вокруг наносферы и что амплитуды ближнего поля уменьшаются с расстоянием как a^3 / r^3. Эти особенности не зависят от длины волны падающего света. Результаты в уравнении (8) согласуются с тем, что ближнее поле создается в результате пространственной фазовой модуляции падающего света и что величины модуляции определяются размером образца.

Мы также обнаружили, что при взаимодействии поля с образцом может быть смоделировано продольное электрическое взаимодействие «диполь-дипольное поле» в хорошем приближении и что зависящий от положения сдвиг фазы может быть рассчитан из нашей модели.

Электромагнитный импульс, передаваемый образцу через ближнее поле, может рассматриваться как передача измененного импульса поля через интерференцию, возникающую в результате попадания в него света, и рассеянного света, возникающего при воздействии на электрическую сферу. Этот результат может быть использован в таких приложениях как эффект резонатора вблизи диэлектрической микросферы [17], возможный ближний эффект в конденсате Бозе-Эйнштейна [18].

Работа выполнена в рамках проекта Ф2-45.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Betsig and R.J. Chichester, Science **262**, 1422 (1993).
2. F. Zenhausern, Y. Martin, and H.K. Wickramasinghe, Science **269**, 1083 (1995).
3. F. Zenhausern, M.P. O'Boyle, and H.K. Wickramasinghe, Appl. Phys. Lett. **65**, 1623 (1994).
4. W.E. Moerner, T. Plakhotnik, T. Irngartinger, and U.P. Wild, Phys. Rev. Lett. **73**, 2764 (1994).
5. E. Betsig, J.K. Trautman, T.D. Harris, J.S. Weiner, and R.L. Kostelak, Science **251**, 1468 (1991).
6. J.K. Trautman, J.J. Macklin, L.E. Brus, and E. Betsig, Nature **369**, 40 (1994).
7. X.S. Xie and R.C. Dunn, Science **265**, 361 (1994).
8. L. Novotny, Appl. Phys. Lett. **69**, 3806 (1996).
9. G.W. Bryant, Appl. Phys. Lett. **72**, 768 (1998).
10. R. Chang, Pei-Kun Wei, W.S. Fann, M. Hayashi, and S.H. Lin, J. Appl. Phys. **81**, 3369 (1997).
11. R.X. Bian, R.C. Dunn, and X.S. Xie, Phys. Rev. Lett. **75**, 4772 (1995).
12. A.V. Zvyagin, J.D. White, and M. Ohtsu, Opt. Lett. **22**, 955 (1997).
13. O. Keller, Ultramicroscopy **71**, 1 (1998).
14. M. Born and E. Wolf. Principles of Optics. 6-th ed. (Pergamon Press, Oxford, 1987).
15. C.K. Carniglia and L. Mandel, Phys. Rev. D **3**, 280 (1971).
16. J. Levy, V. Nikitin, J.M. Kikkawa, A. Cohen, N. Samarth, R. Garcia, and D.D. Awschalom, Phys. Rev. Lett. **76**, 1948 (1996).
17. H. Nha and W. Jhe, J. Korean Phys. Soc. **32**, 342 (1998).
18. C.E. Weiman, J. Korean Phys. Soc. **32**, 394 (1998).