Исследования углового распределения степени поляризации диффузно отраженного и прошедшего естественного солнечного излучения через слои атмосферы

М.М. Собиров, Ж.Ю. Розиков*, В.У. Рузибоев

Ферганский государственный университет, ул. Мураббийлар 19, 150100, Фергана, Узбекистан

Получена 25.07.2023, revised 25.08.2023

* Corresponding author: e-mail roziqovjurabek1991@gmail.com, Phone: +998905348910

В статье проведён расчёт углового распределения степени поляризации диффузно отраженного и прошедшего естественного солнечного излучения из слоев атмосферы при многократном рэлеевском рассеянии. Расчёты выполнены в рамках теории **S**,**T**-матриц Чандрасекара с применением метода факторизации. Описаны некоторые особенности, связанные с определением численных значений X,Y-функций методом последовательных приближений. Показано, что при $\mu=\mu_0$, когда угол наблюдения равен углу освещения, в угловом распределении степени поляризации диффузно прошедшего излучения наблюдается особенность. Степень поляризации прошедшего излучения вокруг этой точки изменяется скачкообразно. Также исследованы изменения угловой ширины разрыва в зависимости от угла освещения и оптической толщины.

Ключевые слова: поляризация, оптическая толщина, **S**,**T**-матрицы, X,Y-функции, нейтральные точки.

The article presents a calculation of the angular distribution of the degree of polarization of diffusely reflected and transmitted natural solar radiation from atmospheric layers under multiple Rayleigh scattering. The calculations are performed within the framework of Chandrasekhar's **S**,**T**-matrix theory using the factorization method. Some peculiarities associated with the determination of numerical values of the X,Y-functions using the method of successive approximations are described. It is shown that for $\mu=\mu_0$, where the observation angle equals the illumination angle, a singularity is observed in the angular distribution of the degree of polarization of diffusely transmitted radiation. The degree of polarization of the transmitted radiation around this point changes discontinuously. The changes in the angular width of the discontinuity are also investigated as a function of the illumination angle and optical thickness.

Keywords: polarization, optical thickness, **S**,**T**- matrices, X,Y-functions, neutral points.

I. Введение

Как известно, теория $X(\mu),Y(\mu)$-функций Чандрасекара [1] является основным методом при изучении переноса поляризованного излучения в мутных, светорассеивающих средах с конечными оптическими толщинами, и широко используется при решении различных практических задач атмосферной физики. Аналитические характеристики $X(\mu),Y(\mu)$ функций и методы их численного решения глубоко изучены. Несмотря на это, $X(\mu),Y(\mu)$ функции продолжают привлекать внимание специалистов. В работах [2, 3] было показано, что широко используемые таблицы Чандрасекара и Коулсона [4-6], применяемые для решения практических задач в атмосферной физике, обладают низкой точностью, недостаточно точно описывают поляризационные явления. Авторы провели новые численные расчеты с улучшенной точностью. Несмотря на это, работы, посвящен-

ные исследованию поляризационных явлений в слоях атмосферы и дистанционного зондирования поверхности Земли поляризационными методами, основаны на работах Чандрасекара и Коульсона и до сих пор используются в качестве тестирования результатов теоретических и практических исследований [7-10].

С целью улучшения методики теоретических и точности численных расчётов, в работе [11] был предложено определение решения уравнения переноса поляризованного излучения в средах с конечной оптической толщиной методом факторизации. Результаты исследований показали, что решение уравнения переноса поляризованного излучения методом факторизации существенно упрощает процедуру проведения аналитических, а также численных расчётов. Этот метод был разработан Ж. Ленобле в работе [12], а позже в [13-16] был обобщён и успешно применён для решения осе-симметричных задач в кристаллах в модели полубесконечной среды. В настоящей работе на основе развитой в [11] теории исследовано угловое распределение степени поляризации диффузно отраженного и диффузно прошедшего естественного солнечного излучения из слоев атмосферы при многократном рэлеевском рассеянии.

II. Уравнения для матрицы отражения и пропускания

При освещении плоскопараллельной рассеивающей и поглощающей среды без внутренних источников плоским монохроматическим поляризованным излучением поле излучения в среде определяется уравнением переноса [1]

$$\mu\frac{d\mathbf{I}(\tau,\mathbf{\Omega})}{\mathrm{d}\tau}=\mathbf{I}(\tau,\mathbf{\Omega})-\frac{\tilde{\omega}_0}{4\pi}\int_0^1 d\mu'\int_0^{2\pi} d\varphi'\mathbf{P}(\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega}')\mathbf{I}(\tau,\mathbf{\Omega}')-$$

$$-\frac{\tilde{\omega}_0}{4}\exp(-\tau/\mu_0)\mathbf{P}(\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega}_0)\mathbf{F}. \qquad (1)$$

Здесь τ – оптическая толщина среды, $\tilde{\omega}_0=a^{рас}/(\alpha^{погл}+a^{рас})$ – альбедо (квантовый выход однократного рассеяния), $\alpha^{погл}$ – коэффициент истинного поглощения, $a^{рас}$ – коэффициент рассеяния, $\alpha=\alpha^{погл}+a^{рас}$ – коэффициент ослабления (в единице объёма), z – ось, направленная по нормали от поверхности среды, $\pi\mathbf{F}$ – полный поток падающего параллельного излучения на единицу площади (на границу $\tau=0$), $\mathbf{P}(\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega}_0)$ – рэлеевская угловая матрица. Это уравнение позволяет вычислить интенсивность $\mathbf{I}(\tau,\mathbf{\Omega})$ излучения, распространяющегося в среде в направлении $\mathbf{\Omega}=\mathbf{\Omega}(\theta,\varphi)$ в слое τ.

Интенсивность излучения, распространяющегося в среде в направлении $\mathbf{\Omega}=\mathbf{\Omega}(\theta,\varphi)$ (где θ – полярный угол, определяемый направлением векторов $\mathbf{n}^0$ и $\mathbf{\Omega}$, $\mathbf{n}^0$ – нормаль к поверхности среды, φ – азимутальный угол) описываем матрицей Стокса в базисе Чандрасекара [1]):

$$\mathbf{I}=\begin{bmatrix}I_l\\I_r\\U\\V\end{bmatrix},\ I_l=d_{ll},\ I_r=d_{ll},\mathrm{U}=2\mathrm{Re}d_{lr},\ V=2\mathrm{Im}\,d_{lr}, \qquad (2)$$

где I_l и I_r – интенсивности в l и r поляризациях, единичный орт $\mathbf{l}$ лежит в плоскости векторов $\mathbf{n}^0$ и $\mathbf{\Omega}$, а $\mathbf{r}$ – в перпендикулярной, $d_{ij}\approx(E_i,E_j^*)$. Здесь $i,j=l,r$, E_l и E_r – соответствующие компоненты электрического поля световой волны.

При освещении атмосферы естественным неполяризованным солнечным излучением, имеющим широкий спектр в оптическом диапазоне, оптическая толщина атмосферы изменяется в зависимости от длины волны света. В уравнении переноса (1) оптическая толщина атмосферы τ определяется интегралом

$$\tau(\lambda,z)=\int_0^\infty\alpha(\lambda,z)dz\,, \qquad (3)$$

где интегрирование выполняется от уровня моря (z=0) до верхних слоев атмосферы с учётом изменения концентрации воздуха по высоте. В выполненных ниже расчётах были использованы значения оптических толщин атмосферы, приведенных в [5] по таблицам Элтермана [17]. Приводим значения оптических толщин для нескольких длин волн: τ=0.01 для λ=0.920 мкм, τ=0.1 для λ=0.546 мкм, τ=0.15 для λ=0.495, τ=0.5 для λ=0.371 мкм, τ=1 для λ=0.312 мкм при $\tilde{\omega}_0=1$.

В теории **S**, **T**-матриц связь между интенсивностями диффузно отраженного и прошедшего излучения с падающим излучением определяется матрицами отражения и рассеяния:

$$\mathbf{I}_{отр}(\tau=0,\mathbf{\Omega})=(\tilde{\omega}_0/4\mu)\mathbf{S}(\tau_1,\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega_0})\mathbf{F}(\tau=0,\bar{\mathbf{\Omega}}_\mathbf{0}), \qquad (4)$$

©Академия наук Республики Узбекистан, 2023 г.

$$\mathbf{I}_{прол}(\tau=\tau_1,\bar{\mathbf{\Omega}})=(\tilde{\omega}_0/4\mu)\mathbf{T}(\tau_1,\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega_0})\mathbf{F}(\tau=0,\bar{\mathbf{\Omega}}_\mathbf{0}). \quad (5)$$

Используя принцип инвариантности Амбарцумяна и учитывая граничные условия из уравнения переноса (1), можно вывести общие интегральные уравнения для **S** и **T** - матриц [1],

$$\mathbf{S}(\tau_1,\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega_0})=\mathbf{Q}\{(3/4)\mathbf{S}^{(0)}(\tau_1,\mu,\mu_0)+$$
$$+[(1-\mu^2)(1-\mu_0^2)]^{1/2}\mathbf{S}^{(1)}(\tau_1,\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega_0})\mathbf{P}^{(1)}(\mu,\varphi,-\mu_0,\varphi_0)+$$
$$+\mathbf{S}^{(2)}(\tau_1,\mu,\mu_0)\mathbf{P}^{(2)}(\mu,\varphi,-\mu_0,\varphi_0)\}, \quad (6)$$

$$\mathbf{T}(\tau_1,\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega_0})=\mathbf{Q}\{(3/4)\mathbf{T}^{(0)}(\tau_1,\mu,\mu_0)+$$
$$+[(1-\mu^2)(1-\mu_0^2)]^{1/2}\mathbf{T}^{(1)}(\tau_1,\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega_0})\mathbf{P}^{(1)}(\mu,\varphi,-\mu_0,\varphi_0)+$$
$$+\mathbf{T}^{(2)}(\tau_1,\mu,\mu_0)\mathbf{P}^{(2)}(\mu,\varphi,-\mu_0,\varphi_0)\}. \quad (7)$$

В выражениях (1)-(7) решение задачи изложено в общем виде. В уравнении (1) все четыре компонента матрицы Стокса определяются одновременно, принимая во внимание как линейно поляризованное, так и циркулярно поляризованное излучения. В целях краткости ниже мы будем обсуждать решение задачи, касающееся только компонентов I_l и I_r матрицы Стокса, так как рассматривается случай, когда среда освещается неполяризованным излучением. Для решения такой задачи в матрицах **S** и **T** в уравнениях (6) и (7) достаточно рассмотреть блок матриц размером 2×2. В целях краткости не будем подробно останавливаться на описании каждого члена в уравнениях (6) и (7) (см. [11]).

В методе факторизации значения $\mathbf{S^{(0)}}$ и $\mathbf{T^{(0)}}$-матриц в (6) и (7) определяются решением системы уравнений для $\mathbf{X}^{(0)}$-, $\mathbf{Y}^{(0)}$-матриц размером (2×2), имеющих восемь компонентов.

$$\mathbf{X}^{(0)}(\mu)=\mathbf{1}+\mu\tilde{\omega}_0\int_0^1 d\mu'\frac{\mathbf{\Psi}(\mu')}{\mu+\mu'}[\mathbf{X}^{(0)}(\mu)\mathbf{X}^{(0)+}(\mu')-\mathbf{Y}^{(0)}(\mu)\mathbf{Y}^{(0)+}(\mu')], \quad (8)$$

$$\mathbf{Y}^{(0)}(\mu)=\mathbf{1}\exp(-\tau_1/\mu)+\mu\tilde{\omega}_0\int_0^1 d\mu'\frac{\mathbf{\Psi}(\mu')}{(\mu-\mu')}[\mathbf{Y}^{(0)}(\mu)\mathbf{X}^{(0)+}(\mu')-\mathbf{X}^{(0)}(\mu)\mathbf{Y}^{(0)+}(\mu')]. \quad (9)$$

Здесь единичная матрица имеет размерность 2×2. Матрицы $\mathbf{S}^{(1)},\mathbf{T}^{(1)},\mathbf{S}^{(2)},\mathbf{T}^{(2)}$ определяются через скалярные функции $S^{(1)},T^{(1)},S^{(2)},T^{(2)}$, которые, в свою очередь, определяются скалярными интегральными уравнениями для $X(\mu), Y(\mu)$ -функций, аналогичными (8) и (9), но с использованием других характеристических функций.

По методике расчета Чандрасекара значения $\mathbf{S}^{(0)},\mathbf{T}^{(0)}$ -матриц определяются с помощью четырех $X(\mu), Y(\mu)$ -функций. Однако для этого требуются дополнительные и сложные расчеты.

II.1. Итерационные сходимости X,Y-функций в случае консервативной среды, когда $\tilde{\omega}_0=1$

Ниже представлены результаты численных расчетов $X(\mu)$- и Y(μ)-функций, полученные с использованием метода последовательных приближений или итераций. При определении решения задачи методом итерации формулы (4) и (5) можно представить в виде ряда по степеням $\tilde{\omega}_0$ [12, 16],

$$\mathbf{I}_{(отр)}(\tau_1=0,\mathbf{\Omega})=\sum\frac{\tilde{\omega}_0^{(n)}}{4\mu}\mathbf{S}^{(n)}(\tau_1,\bar{\mathbf{\Omega}},\mathbf{\Omega_0})\mathbf{F}, \quad (10)$$

$$\mathbf{I}_{(прол)}(\tau_1,\mathbf{\Omega})=\sum\frac{\tilde{\omega}_0^{(n)}}{4\mu}\mathbf{T}^{(n)}(\tau_1,\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega_0})\mathbf{F}, \quad (11)$$

где n – порядок или кратность рассеяния [10, 14]. Здесь $\mathbf{S}^{(n)}(\tau_1,\bar{\mathbf{\Omega}},\mathbf{\Omega}_0)$, $\mathbf{T}^{(n)}(\tau_1,\mathbf{\Omega},\mathbf{\Omega}_0)$ определяются решением **S**,**T**-матриц, представленных через интегральные уравнения для $X(\mu), Y(\mu)$ -функций, методом последователь-ных приближений. Если в качестве пробных функций использовать $\mathbf{X}(\mu)=\mathbf{1}$, $\mathbf{Y}(\mu)=\mathbf{1}\exp(-\tau_1/\mu)$, то после первой итерации определяются интенсивность и поляризация однократно рассеянного излучения. После первой итерации порядок рассеяния не соответствует числу итераций. Во втором приближении в значениях $X(\mu),Y(\mu)$ участвуют вклады однократного, двукратного и часть трёхкратно рассеянного излучения и т.д.

Аналитически в уравнении (10) можно выделить компоненты до четвёртого порядка рассеяния, далее это становится более сложным. Однако, этого достаточно для первичного анализа

©Академия наук Республики Узбекистан, 2023 г.

физической картины формирования интенсивности и поляризации вторичного излучения. Можно установить связь между числом итераций и максимальным порядком рассеяния, соответствующим этому числу итераций. Если $\tilde{n}$ – число итераций и n – максимальный порядок рассеяния, то: $\tilde{n}=1$, $n=1$; $\tilde{n}=2, n=3$; $\tilde{n}=3, n=7$; $\tilde{n}=4, n=15$; $\tilde{n}=5, n=31$; $\tilde{n}=6, n=63$ и т.д.

Решения системы нелинейных интегральных уравнений для $X(\mu), Y(\mu)$ -функций проводили в 201 точке значений μ в интервале [0, 1] путём численных расчётов. Также, с целью сопоставления результатов наших расчётов с таблицами Чандрасекара, расчёты проводили в пятидесяти одной точке.

Для контроля правильности результатов численных расчётов опирались на два момента: должны выполняться условия [1],

$$X(\mu)\to H(\mu),\ Y(\mu)\to 0 \text{ при } \tau\to\infty, \quad (12)$$

$$\mathbf{X}(\mu)\to\mathbf{1},\ \mathbf{Y}(\mu)\to\mathbf{1}\exp(-\tau_1/\mu) \text{ при } \tau\to 0. \quad (13)$$

Неопределённости типа $0/0$, возникающие в уравнении (9), когда $\mu-\mu'=0$, устраняются применением правила Лопиталя.

Результаты численных расчётов показали, что в области $\tilde{\omega}_0<0.7$ после некоторого числа итераций значения всех X,Y-функций выходят на насыщение и имеют хорошие сходимости при $\tau_1\le 1$ [18-20]. В области $0.7<\tilde{\omega}_0\le 1$ сходимости замедляются, но в зависимости от оптической толщины значения X,Y-функций приближаются к протабулированным значениям Чандрасекара в [4]; н-р, при $\tau_1=0.15$ – после пятой итерации, а при $\tau_1=1$ – после четвёртой. При малых значениях оптической толщины, когда $\tau_1<0.5$, в отдельных точках разница составляет максимум 1%, а при $\tau_1=1$ до 4%.

Если в случае $\tau_1=1$ увеличить число итераций до $\tilde{n}=5$, то вблизи точки $\mu=1$, в узкой области $\Delta\mu$, компонент $Y_{21}(\mu)$ принимает отрицательные значения, однако это противоречит условиям, указанным в уравнении (13). Это означает, что при значениях μ, лежащих в пределах $\Delta\mu$, компонент $Y_{21}(\mu)$ не имеет решения. Если учесть, что все $X_{11},X_{12},X_{21},X_{22}$, $Y_{11},Y_{12},Y_{21},Y_{22}$ -функции образуют единую систему уравнений, тогда все члены этой системы в области $\Delta\mu$ также не имеют решения. Можно сказать, что при числе итераций $\tilde{n}=4$, значения всех $X_{11},X_{12},X_{21},X_{22}$, $Y_{11},Y_{12},Y_{21},Y_{22}$ -функций в области $\Delta\mu$, выходят на насыщение. На последующем этапе итерации (при $\tilde{n}=5$) значения этих функций остаются без изменений, но в области $1-\Delta\mu$ значения $X_{11},X_{12},X_{21},X_{22}$, $Y_{11},Y_{12},Y_{21},Y_{22}$ -функций увеличиваются. Увеличение числа итераций приводит к расширению области $\Delta\mu$, и после последующих двух или трёх итераций $\Delta\mu$ охватывает всю область $0\le\mu\le 1$. По описанной схеме определяются значения $X(\mu),Y(\mu)$ -функций методом итерации. Изменение знака компонента $Y_{21}(\mu)$ на отрицательный указывает на достижение максимального числа итераций, которое определяет численные значения $X(\mu),Y(\mu)$ -функций.

$X^{(1)}(\mu)$, $Y^{(1)}(\mu)$, $X^{(2)}(\mu)$, $Y^{(2)}(\mu)$ -функции при итерациях, независимо от значения τ_1, демонстрируют хорошую сходимость. После определенного числа итераций они достигают насыщения и с погрешностью до 1% совпадают с протабулированными значениями в [4].

Для проведения сравнения $\psi,\varphi,\chi,\xi,\varepsilon,\eta,\sigma,\theta$ -функции Чандрасекара переведены в $X_{11},X_{12},X_{21},X_{22},Y_{11},Y_{12},Y_{21},Y_{22}$ -функции, и между ними имеются следующие связи:

$$\begin{aligned} &X_{11}=\chi,\ X_{12}=\sqrt{2}\xi,\\ &X_{21}=(\psi-\mu^2\chi)/(\sqrt{2}(1-\mu^2)),\\ &X_{22}=(\varphi-\mu^2\xi)/(1-\mu^2). \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &Y_{11}=\sigma,\ Y_{12}=\sqrt{2}\theta,\\ &Y_{21}=(\varepsilon-\mu^2\sigma)/(\sqrt{2}(1-\mu^2)),\\ &Y_{22}=(\eta-\mu^2\theta)/(1-\mu^2). \end{aligned} \quad (15)$$

II.2. Проверка точности решения задачи. Полный квантовый выход излучения

В работах [13, 15] для проверки точности результатов аналитических и численных расчётов был использован закон сохранения полного потока излучения, падающего и диффузно отраженного из полубесконечной среды.

©Академия наук Республики Узбекистан, 2023 г.

Если монохроматический плоскопараллельный поток излучения πF падает на поверхность среды (на границу $\tau = 0$), то после многократного рассеяния часть излучения диффузно отражается из плоскости $\tau = 0$, а часть потока диффузно выходит из среды через плоскость $\tau = \tau_1$. Полные потоки диффузно отражённого и прошедшего из среды излучения (на единицу поверхности) определяются формулами

$$\pi\Phi_{отр} = \int_0^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} d\varphi I_{отр}(\tau = 0, \mu, \varphi),$$
$$\pi\Phi_{прош} = \int_0^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} d\varphi I_{прош}(\tau = \tau_1, -\mu, \varphi), \quad (16)$$

где $I^{(отр)}(\tau = 0, \mu, \varphi)$, $I^{(прош)}(\tau = \tau_1, -\mu, \varphi)$ – интенсивности диффузно отраженного и прошедшего излучения на границе среды, которые определяются по формулам (10).

Решение уравнения переноса (1) позволяет определить только диффузно рассеянную часть падающего потока в среду, претерпевшую однократное или многократное рассеяние. Однако часть падающего потока проходит среду без рассеяния, которое не учитывается в (1). Нерассеянная часть первичного излучения, не изменяя направления падения, ослабляется на $\exp(-\tau_1 / \mu_0)\pi F$ и выходит из среды [1]. Определим отношения этих трёх потоков к падающему потоку и просуммируем их:

$$\eta_{отр} = \Phi_{отр} / \mu_0 F(+0, \mu_0, \varphi_0),$$
$$\eta_{прош} = \Phi_{прош} / \mu_0 F(+0, \mu_0, \varphi_0) \quad (17)$$

$$\eta_{полн} = \eta_{отр} + \eta_{прош} + \exp(-\tau_1 / \mu_0). \quad (18)$$

Эти формулы определяют распределение первичного потока для диффузно отраженного, диффузно прошедшего и нерассеянного потоков. По аналогии с величиной $\tilde{\omega}_0$, которая представляет квантовый выход от однократного рассеяния; в работе [13] величина $\eta_{полн}$ называется полным квантовым выходом излучения. Ниже будем придерживаться такого определения для η.

В случае консервативной среды ($\tilde{\omega}_0 = 1$) полный поток сохраняется, поэтому в уравнении (18) должно выполняться условие $\eta_{полн} = 1$. Это условие выполняется независимо от оптической толщины среды, угла падения падающего потока и является критерием для оценки точности аналитических и численных расчётов. С другой стороны, соотношение (18) позволяет установить закон перераспределения выходящего из среды вторичного потока в зависимости от оптической толщины среды (от длины волны падающего излучения).

В табл. 1 приведены результаты численного расчёта полного квантового выхода при различных значениях угла освещения слоев атмосферы естественным неполяризованным солнечным излучением.

По данным таблицы можно оценить, какая доля падающего излучения подвергается рассеянию, а какая часть диффузно отражается назад или проходит через среду. Например, при нормальном падении в среднем около 10% лучей из зелёной области спектра $\tau_1 = 0.1$, $\lambda = 0.546$ мкм подвергаются рассеянию, а 90% проходят среду без рассеяния. Для фиолетовых лучей $\tau_1 = 0.5$, $\lambda = 0.371$ мкм доля рассеянных лучей увеличивается примерно до 40%.

Из таблицы видно, что в длинноволновой части спектра, независимо от угла падения, вклады диффузно отраженного и диффузно прошедшего излучений в полный квантовый выход почти одинаковы. В коротковолновой области спектра преобладает диффузно отраженное излучение. Это объясняется тем, что с увеличением оптической толщины среды потоки прошедшего диффузного и нерассеянного излучений сокращаются.

Для сравнения были проведены аналогичные расчёты с использованием протабулированных значений ψ, φ, χ, ξ, ε, η. σ, θ функций из работы [4] (табл. 2). Результаты расчётов показали, что при освещении среды по нормали и вблизи этой точки ($\mu_0 \to 1$) при всех значениях оптической толщины значение полного квантового выхода превышает ожидаемое значение, достигая 9% в отдельных точках. Однако в наших расчетах наблюдается отклонение в области $\mu_0 \to 1$, которое ниже ожидаемого и составляет до 5%. Вероятной причиной исчезновения части коротковолнового излучения является недостаточно точный учет числа рассеяний и диффузного излучения, выходящего из среды при $\mu_0 \to 0$, в методе

©Академия наук Республики Узбекистан, 2023 г.

итераций. При геометрии освещения среды, когда $\mu_0 \to 0$, коротковолновое излучение проходит большой оптический путь в среде и подвергается множеству рассеяний. Вероятно, при итерационном методе решения уравнений не учитывается часть излучения, что может объяснить наблюдаемое отклонение. В случае полубесконечной среды ($\tau \to \infty$) результаты расчётов по нашим функциям и по функциям Чандрасекара совпадают, закон сохранения полного потока выполняется с высокой точностью.

Таблица 1. Результаты расчёта полного квантового выхода диффузно отраженного, прошедшего и нерассеянного излучений при различных значениях угла освещения и оптической толщины среды, $\tilde{\omega}_0 = 1$.

μ_0	$\eta_{отр}$	$\eta_{прош}$	$\eta_{отр}+\eta_{прош}$	$\exp(-\tau_1/\mu_0)$	$\eta_{полн}$
		τ_1=0.001, λ=1.670 мкм			
0	0,50295806	0,4913439	0,99430193	0	0,9943019
0.2	0,01235285	0,0132404	0,02559321	0,9950124	1,0206056
0.4	0,00622429	0,0065941	0,01281842	0,9975031	1,0103215
0.6	0,00416402	0,004362	0,00852599	0,9983347	1,0068607
0.8	0,00313426	0,0032165	0,00635071	0,9987507	1,0051014
1	0,00267292	0,0019598	0,00463271	0,9990005	1,0036332
		τ_1=0.01, λ=0.920 мкм			
0	0,508344001	0,4859448	0,99428885	0	0,99428885
0.2	0,024403672	0,0261452	0,05054884	0,9512294	1,00177826
0.4	0,012372619	0,013107	0,02547959	0,9753099	1,0007895
0.6	0,008294686	0,0086864	0,01698112	0,9834715	1,00045258
0.8	0,006250375	0,0064061	0,01265651	0,9875778	1,00023431
1	0,005342862	0,0039199	0,00926272	0,9900498	0,99931256
		τ_1=0.1, λ=0.546 мкм			
0	0,57015844	0,4240466	0,9942055	0	0,994205
0.2	0,19901661	0,2075493	0,4065658	0,6065306	1,0130965
0.4	0,11129502	0,1174036	0,2286986	0,7788007	1,0074994
0.6	0,07712613	0,0812964	0,1584225	0,8464817	1,0049043
0.8	0,0590233	0,0620124	0,1210357	0,8824969	1,0035326
1	0,04915566	0,0376694	0,086825	0,9048374	0,9916625
		τ_1=0.5, λ=0.371 мкм			
0	0,6844319	0,2992614	0,98369334	0	0,98369333
0.2	0,51703888	0,4047164	0,92175532	0,0820858	1,00384031
0.4	0,37843796	0,3487235	0,72716148	0,2865048	1,01366627
0.6	0,29298172	0,2868027	0,57978439	0,4345982	1,01438266
0.8	0,23799182	0,241963	0,47995479	0,5352614	1,01521622
1	0,20055734	0,1893865	0,38994375	0,6065306	0,99647436
		τ_1=1, λ=0.312 мкм			
0	0,7377305	0,2118047	0,94953523	0	0,9495352
0.2	0,6220455	0,3232367	0,94528369	0,006738	0,9520216
0.4	0,51901118	0,3683299	0,8873411	0,082085	0,9694261
0.6	0,43571001	0,3592421	0,794952	0,1888756	0,9838277
0.8	0,37285681	0,3364988	0,7093555	0,2865048	0,9958604
1	0,32561385	0,2874323	0,6130461	0,3678794	1,0098093
			$\tau \to \infty$		
0	0,992526938	0	0,992526938	0	0,992526938
0.2	0,999637976	0	0,999637976	0	0,999637976
0.4	0,999804808	0	0,999804808	0	0,999804808
0.6	0,999927438	0	0,999927438	0	0,999927438
0.8	1,000042373	0	1,000042373	0	1,000042373
1	1,000146482	0	1,000146482	0	1,000146482

©Академия наук Республики Узбекистан, 2023 г.

Таблица 2. Результаты расчёта с использованием протабулированных значений ψ, φ, χ, ξ, ε, η. σ, θ функций из работы [4].

μ_0	$\eta_{отр}$	$\eta_{прош}$	$\eta_{отр}+\eta_{прош}$	$\exp(-\tau_1/\mu_0)$	$\eta_{полн}$
			$\tau_1=0.2$		
0	0,6182112	0,3819794	1,00019055	0	1,00019055
0.20	0,32777708	0,3249194	0,65269643	0,3678794	1,02057587
0.44	0,18579127	0,1871951	0,3729864	0,6347364	1,00772282
0.68	0,12879399	0,1377657	0,26655965	0,7451888	1,01174847
0.92	0,09839073	0,1893681	0,2877588	0,8046151	1,09237385
1.00	0,09119335	0,1623395	0,2535329	0,8187308	1,07226365
			$\tau_1=1$		
0	0,765023981	0,2329303	0,99795427	0	0,9979543
0.20	0,648421603	0,3520141	1,00043574	0,0067379	1,0071737
0.44	0,524457435	0,3993407	0,92379817	0,1030308	1,026829
0.68	0,427572533	0,3808	0,80837256	0,2297903	1,0381628
0.92	0,357323733	0,4007442	0,75806795	0,3372413	1,0953093
1.00	0,338355703	0,3627337	0,70108936	0,3678794	1,0689688

По данным табл. 1 можно сделать вывод, что если проводить расчёты по методу Чандрасекара, то при $\mu_0 \to 1$ можно ожидать некоторые сложности в расчётах по всему спектру оптического диапазона. По-видимому, по этой причине в монографии Коулсона не рассматривается случай, когда угол падения солнечных лучей направлен по нормали к поверхности среды и при значениях углов, близких к нормали. При проведении расчётов с использованием нашего метода такая расходимость наблюдается только в коротковолновой области спектра при $\mu_0 \to 0$.

В монографии Коулсона упомянуто, что в области ультрафиолетовых волн в расчётах наблюдаются некоторые сложности. Эти сложности он связывает с данными в таблице Эльтермана [17].

III. Расчёт угловых характеристик интенсивности вторичного излучения с учётом различных порядков рассеяния

Падающее неполяризованное излучение имеет следующие параметры Стокса

$$F_l = F_r = (1/2)F, \;\; F_U = F_V = 0, \qquad (19)$$

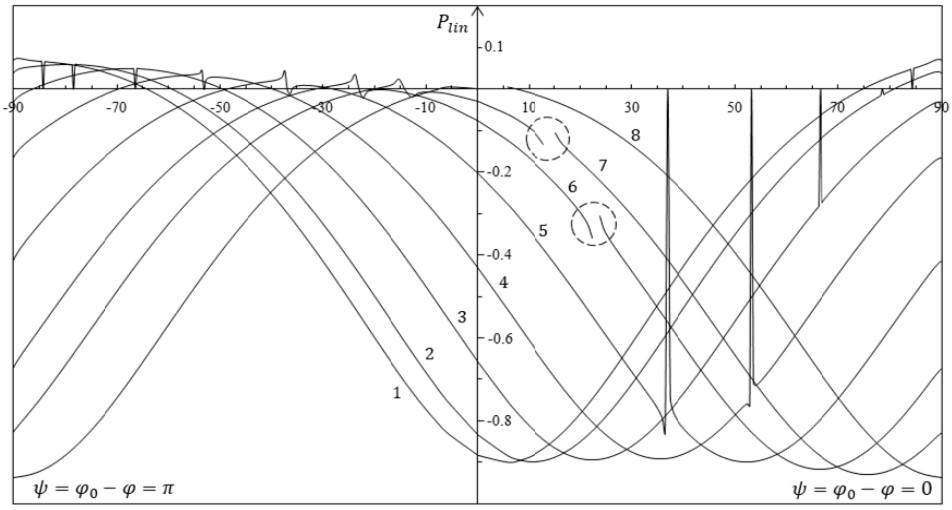


Рисунок 1. Угловое распределение степени поляризации диффузно прошедшего излучения при различных значениях угла освещения. Кривые 1-8 рассчитаны при освещении среды под углами $\mu_0 = 0.1,\ 0.2,\ 0.4,\ 0.6,\ 0.8,\ 0.92,\ 0.97,\ 1$ соответственно при $\tau_1 = 0.15$ ($\lambda = 0.495$ мкм), $\tilde{\omega}_0 = 1$. Расчёты проведены по значениям параметров из [5. стр.204].

©Академия наук Республики Узбекистан, 2023 г.

а степень линейной поляризации диффузно отраженного и прошедшегоизлучений определяется по формуле

$$P_{лин} = (I_l - I_r)/(I_l + I_r)\,. \qquad (20)$$

На рис. 1-4 приведены результаты расчётов угловой характеристики степени линейной поляризации диффузно отраженного и прошедшего излучения из среды. Падающее, отраженное и прошедшее излучения лежат в одной меридиональной плоскости, в плоскости солнечной вертикали.

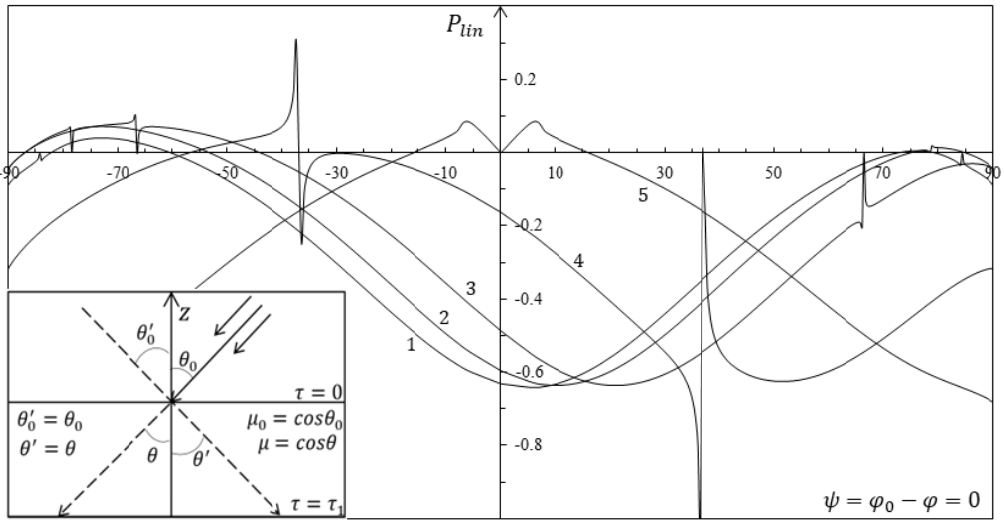


Рисунок 2.Угловое распределение степени поляризации диффузно прошедшего излучения. Кривые 1-5 рассчитаны при освещении среды под углами $\mu_0 = 0.1,\ 0.2,\ 0.4,\ 0.8,\ 1$ при $\tau_1 = 1$ ($\lambda = 0.312$ мкм), $\tilde{\omega}_0 = 1$.

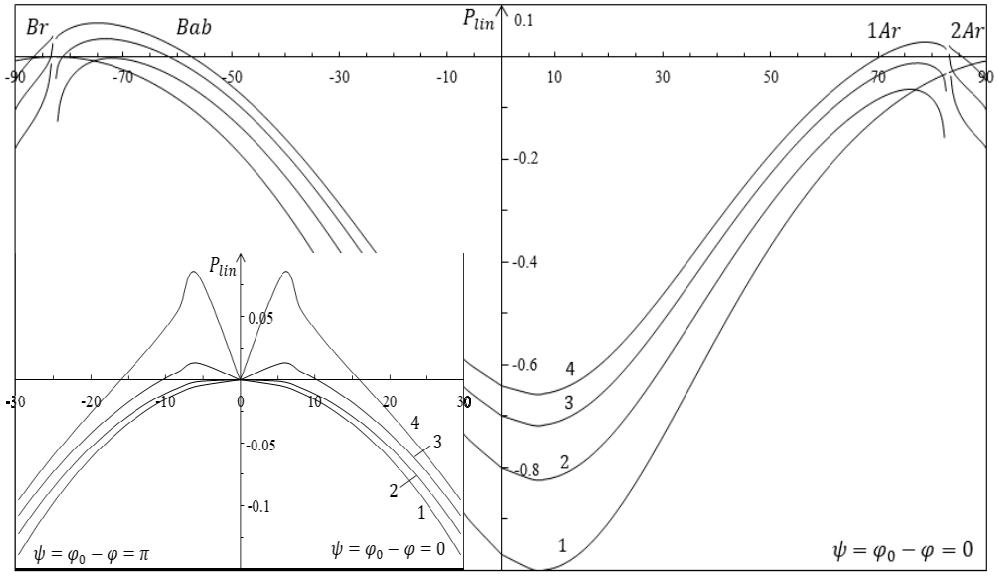


Рисунок 3. Формирование двойных точек Араго в зависимости от числа рассеяний. Кривым 1-4 соответствуют числа итераций $n = 1,2,3,4$ (порядок рассеяния $\nu = 1,3,7,15,$ соответственно) при $\tau_1 = 0.9,\ \mu_0 = 0.125$. На вставке показано формирование области с положительной поляризацией в зависимости от кратности рассеяния при $\tau_1 = 1,\ \mu_0 = 1$ (кривая 5 на рисунке 2).

©Академия наук Республики Узбекистан, 2023 г.

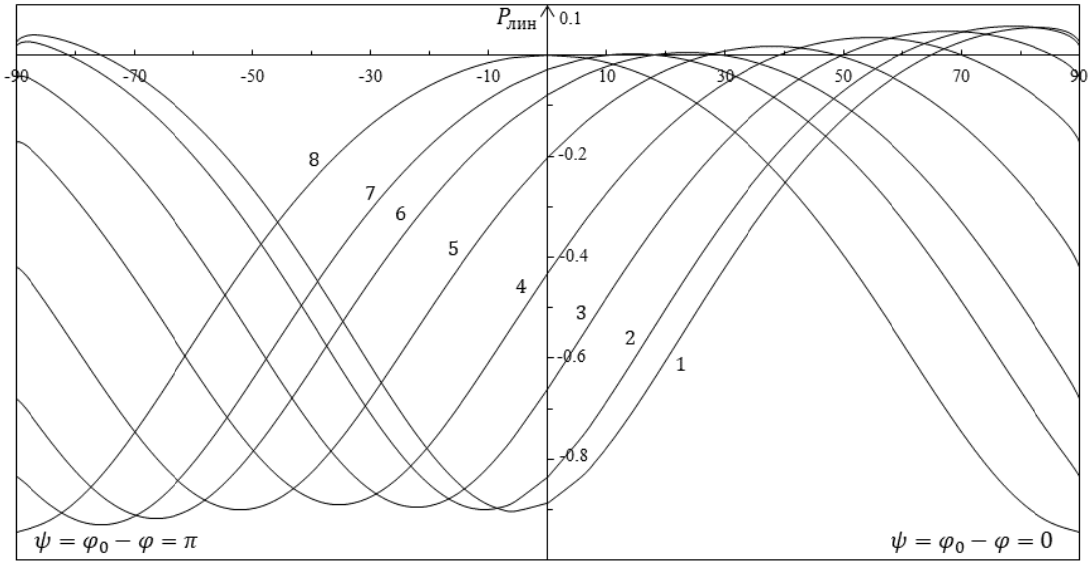


Рисунок 4. Угловое распределение степени поляризации диффузно отраженного излучения при различных значениях угла освещения. Кривые 1-8 рассчитаны при значениях параметров, указанных на рис. 1.

На рис. 1 приведены результаты расчёта углового распределения степени поляризации прошедшего излучения для различных значений угла освещения. Для сравнения расчёты проводили по параметрам Коулсона [5, стр.204] при значении оптической толщины τ_1=0.15, λ=0.495 мкм.

Можно убедиться, что все угловые распределения степени поляризации, рассчитанные при разных значениях угла освещения, с высокой точностью совпадают с результатами Коулсона. Однако в наших расчётах, когда полярный угол освещения равен углу наблюдения $\tilde{\mu} = \mu = \mu_0$, в значении степени поляризации наблюдается аномалия. Вблизи этой точки значение степени поляризации изменяется скачкообразно. Для более ясного представления этого эффекта на кривых 6 и 7 (рис. 1) области вокруг точки $\tilde{\mu}$, где степень поляризации ведёт себя аномальным образом, выделены отдельно.

С изменением угла освещения ширина аномальной области изменяется: при $\mu_0 \to 0$ сокращается, а при $\mu_0 \to 1$ расширяется.

Для сопоставления на рис. 2 приведены результаты аналогичных расчётов углового распределения степени поляризации в случае оптической толщины τ_1=1, λ=0.312 мкм Видно, что с увеличением оптической толщины угловая ширина аномальной области расширяется, скачок в значении степени поляризации вокруг точки $\tilde{\mu} = \mu = \mu_0$ увеличивается.

При значениях параметров τ=1, $\mu_0 \approx 0.8$ угловая ширина аномальной области в полуплоскости $\psi = \pi$ составляет $\Delta\tilde{\theta} \approx 4°$, а в полуплоскости $\psi = 0$ $\Delta\tilde{\theta} \approx 6°$. В случае τ=0.15, $\mu_0 \approx 0.8$ в полуплоскости $\psi = \pi$ $\Delta\tilde{\theta} \approx 1°$ и в полуплоскости $\psi = 0$ $\Delta\tilde{\theta} \approx 3°$. Угловая ширина аномальной области в солнечной плоскости больше, чем в антисолнечной полуплоскости.

В геометрии нормального освещения и наблюдения $\mu = \mu_0 = 1$ степень поляризации равна нулю. Скачок в значении степени поляризации приобретает симметричный вид. С отклонением угла наблюдения от нормали, при $\mu < 1$, степень поляризации сначала получает положительное значение, затем через нейтральные точки переходит в отрицательную область.

Аномалия в степени поляризации наблюдается при всех значениях оптической толщины, а также в случае неконсервативной среды ($\tilde{\omega}_0 < 1$). С уменьшением значения альбедо наблюдается затухание аномальной поляризации.

Следует заметить, что изложенная выше особенность наблюдается для всех значений азимутальных углов полусферы вокруг нижней границы атмосферы при $\tilde{\mu} = \mu = \mu_0$.

©Академия наук Республики Узбекистан, 2023 г.

Наличие сингулярности в решениях уравнения переноса для прошедшего излучения при $\tilde{\mu} = \mu = \mu_0$ известно [2, 21], но в этих работах скачок в значении степени поляризации вокруг этой точки не обсуждается. По-видимому, такая особенность не была установлена. Если действительно наблюдается указанный скачок в степени поляризации, то при проведении наблюдений через поляриметр по солнечной вертикали можно обнаружить разницу в степени поляризации солнечного излучения в симметричных точках вблизи Солнца. Такая особенность была наблюдена при двукратном рассеянии Мандельштама-Бриллюэна экситонных полярито-нов в кристаллах с кубической симметрией [22].

В угловом распределении степени поляризации по плоскости солнечной вертикали в отдельных точках степень поляризации изменяет знак, в этих точках степень поляризации равняется нулю. Эти нейтральные точки (Брюстера, Бабине и Араго) являются индикаторами состояния атмосферы. Кроме указанных точек, также предполагалось наличие 4-й точки вблизи точки Араго. Наличие двойных точек Араго теоретически впервые было показано в работах Дэви и Фрукавы [23] при исследовании рассеяния ультрафиолетовых лучей в атмосфере. Однако эти расчеты были проведены вне рамок теории $X(\mu),Y(\mu)$-функций. В наблюдениях эта точка обнаружена совсем недавно (в 2002 году) и тема нейтральных точек постоянно находится в поле зрения специалистов [24, 25].

В отличие от точки Брюстера и Бабине, для наблюдения двойных точек Араго требуется более высокие порядки рассеяния. По этой причине эти точки наблюдаются только в коротковолновой области оптического спектра. Результаты наших расчётов показывают, что наличие двойных точек Араго можно показать и в рамках теории $X(\mu),Y(\mu)$-функций в интервале значений угла освещения $0 < \mu_0 \le 0.2$ и оптической толщины $0.85 < \tau_1 < 1.15$. На рис. 3 показано формирование двойных точек Араго в угловом распределении степени поляризации прошедшего излучения в зависимости от числа рассеяний. Следует заметить, что в работах Коулсона обсуждается только одна точка Араго.

На рис. 4 приведены результаты расчётов диффузно отраженного из слоев атмосферы солнечного излучения при значении параметров, использованных на рис. 1. При всех значениях углов освещения и наблюдения, а также оптических толщин, в угловых поляризационных характеристиках диффузно отраженного излучения скачок в степени поляризации не наблюдается, наблюдается только одна точка Араго.

В конце статьи заметим, что развитый метод расчёта $X(\mu),Y(\mu)$-функций позволяет значительно упростить расчёт интенсивности и степени поляризации диффузно отраженного и прошедшего из слоев атмосферы солнечного излучения для всех точек полусферы, прилегающей к нижней и верхней поверхности атмосферы.

IV. Заключение

Проанализированы решения уравнения переноса поляризованного излучения в среде с конечной оптической толщиной, полученные методом факторизации. На основе полученных уравнений исследовано угловое распределение степени поляризации диффузно отраженного и прошедшего излучений из слоев атмосферы естественного неполяризованного солнечного излучения по солнечной вертикали.

Показано, что при рассеянии падающего излучения только вперёд в угловом распределении степени поляризации диффузно прошедшего излучения наблюдается особенность. При $\mu=\mu_0$ в степени поляризации прошедшего излучения в узкой угловой ширине наблюдений значение степени поляризации изменяется скачкообразно.

Исследованы положения нейтральных точек в угловых характеристиках вторичного излучения. Показано, что в определённых областях значений угла освещения и оптической толщины в угловом распределении степени поляризации диффузно прошедшего излучения можно одновременно наблюдать две точки Араго.

Результаты численных расчётов показывают, что метод итерации является эффективным методом для определения численных значений $X(\mu),Y(\mu)$-функций, полученных методом факторизации. Метод расчёта очень простой, для проведения компьютерных вычислений не требуется длительного времени.

Метаданные

Studing the angular distribution of polarization degree of diffusive reflected and passed natural solar radiation through the atmosphere layers

©Академия наук Республики Узбекистан, 2023 г.

M.M. Sobirov, J.Yu. Rozikov, V.U. Ruziboev

Fergana State University, Murabbiylar str., 19, 150100, Fergana, Uzbekistan

The article presents a calculation of the angular distribution of the degree of polarization of diffusive reflected and transmitted natural solar radiation from atmospheric layers under multiple Rayleigh scattering. The calculations are performed within the framework of Chandrasekhar's **S**,**T**-matrix theory using the factorization method. Some peculiarities associated with the determination of numerical values of the X,Y-functions using the method of successive approximations are described. It is shown that for $\mu=\mu_0$, where the observation angle equals the illumination angle, a singularity is observed in the angular distribution of the degree of polarization of diffusely transmitted radiation. The degree of polarization of the transmitted radiation around this point changes discontinuously. The changes in the angular width of the discontinuity are also investigated as functions of the illumination angle and optical thickness.

Keywords: polarization, optical thickness, **S**,**T**- matrices, X,Y-functions, neutral points.

Литература (References)

[1] S. Chandrasekhar. Radiative transfer (Dover Publications Inc, New York, 2003).
[2] Vijay Natraj., King Fai Li., Yuk L.Yung. The Astrophysical Journal **609**, 1909-1920 (2009).
[3] Vijay Natraj, J.W. Hovenier. The Astrophysical Journal **748**, 28 (16pp) (2012).
[4] S. Chandrasekar, D. Elbert. Transactions of the American Phulosophical Society, New Series **44**. No. 6, 678 (1954).
[5] K.L. Coulson. Polarization and intensity of light in the atmosphere (Hampton,Verginia, USA, A. Deepak Publishing, II, IV,VII, 1988).
[6] K.L. Coulson, J.V. Dave, Z. Sekera. Tables Related to Radiation Emerging From a Planetary Atmosphere with Rayleigh Scattering (Berkeley, CA: Univ. California Press, 1960)
[7] Lei Yan, Bin Yang, Feizhou Zhang, Yun Xiang, Wei Chen. Polarization Remote Sensing Physics (Peking University Press, Springer, 2020).
[8] Lei Yan, Taxia Wu, Xuegi Wang. Polarization Remore Sesing for Land Observation. (Published: November 5 th 2018). DOI: 10.5772/intechopen.79937
[9] M.I. Mishyenko. Elektromagnitnoye rasseyanie v sluchaynix dispersnix sredax: fundamentalnaya teoriya i prilojeniya. Thesis doktora fiziko-mat. nauk (Kiyev-Nyu-York, 2007). http://www.giss.nasa//gov/~crmim/hublication/Thesis.pdf
[10] V.I, Mishenco, L.D. Travis, A.A. Lacis. Multiple scattering of light by particles: Radiative transfer and coherent backscattering (Cambrige University Press, 508, 2004).
[11] M.M. Sobirov, J.Yu. Rozikov. Nauchno-tekhnicheskiy journal (Ferganskiy PI) **24**, No.4, 15-24, (2020).
[12] J. Lenoble. Journal of Quantative Spektroskopy and Radiative Transfer **10**, 533-551, 1970).
[13] Ye.L. Ivchenko, G.Ye. Pikus, N.X. Yuldashev. J. Eksperimental i Theoretical Fiziki **79**, 1573-1590 (1980).
[14] Ye.L. Ivchenko, G.Ye. Pikus, N.X. Yuldashev. J. Eksperimental i Teoretical Fiziki **80**, 1228-1246 (1981).
[15] M.M. Sobirov, N.X. Yuldashev. J. Eksperimental i Theoretical Fiziki **87**, 677-690 (1984).
[16] G.Ye. Pikus, M.M. Sobirov, N.X. Yuldashev. J. Eksperimental i Theoretichal Fiziki **97,** 635-641 (1985).
[17] L. Elterman. AFCRL-68-0153, Env. Res. Pap. No.285 (1968). U.S. AirForse.
[18] M.M. Sobirov, J.Yu. Rozikov, V.U. Ruziboev. Uzbek Journal of Physics **23**, No.2, 11-20 (2021). https//doi.org/10.52304/.v23i2.234,
[19] M.M. Sobirov, J.Yu. Rozikov. Nauchno-Tekhnicheskiy Journal (Ferganskiy PI) **3**, №5, 85-89 (2020).
[20] M.M. Sobirov, N.X. Yuldashev, J.Yu. Rozikov, V.U. Ruziboev. Philosophical Readings XIII.4, 2119-2126 (2021). Info@philosophicalreadings.org 10.5281/zenodo.5600834
[21] G.W. Kattawar, G.N. Plass, S.J. Hitzfelder. Appleid Optics **15**, No.3, 632-647 (1976). DOI: 10.1364/AO.15.000632.
[22] Ye.L. Ivchenko, M.M. Sobirov. Fizika Tverdogo Tela **27**, 1096-1104 (1985).
[23] J.V. Dave, P.M. Furukawa. J. Opt. Soc. Am. **56**, 394-400 (1966).
[24] G. Horvath, B. Bernath, B. Suhai, A. Barta, R. Wehner. J. Optica Society of America A **19**, No.10, 2085–2099 (2002).
[25] G. Horvath, B. Bernath, B. Suhai, A. Barta, R. Wehner. Applied Optics **50**, No.3, 335-46 (2011).

Атмосфера қатламларидан диффуз ўтган ва қайтган табиий қуёш нурланиши оқимининг қутбланиш даражасини бурчак тақсимотини ўрганиш

М.М. Собиров, Ж.Ю. Розиков, В.У. Рузибоев

Фарғона давлат университети, Мураббийлар кўч. 19, 150100, Фарғона, Ўзбекистон

Мақолада қуёшдан келаётган табиий қутбланмаган нурланиш оқимини атмосфера қатламларидан ўтишида Рэлей сочилишлари туфайли, ундан диффуз қайтган ва ўтган нурланиш оқимларни қутбланиш даражасини қуёш вертикали бўйлаб тақсимланиши ўрганилган. Хисоблашлар Чандрасекарнинг факторизация усулида умумлаштирилган, **S**,**T**-матрицалар назарияси доирасида бажарилган. Олинган $X(\mu)$,$Y(\mu)$-функцияларнинг қиймат-ларини кетма-кет яқинлашиш усулида, хисоблашнинг ўзига хос жихатлари кўрсатилган. Мухитга тушаётган ёруғлик оқимини тушиш ва ундан диффуз ўтган оқимни кузатиш бурчаклари ўзаро тенг бўлганда $\mu=\mu_0$, оқимни қутбланиш даражасининг қиймати кескин, сакраб ўзгариши мумкинлиги аниқланди. Қутбланиш даражаси аномал қийматлар олган соҳанинг бурчак кенглигини мухитнинг оптик қалинлиги, нурланишни тушиш ва кузатиш бурчакларига боғлиқлиги тадқиқ этилди.

Калит сўзлар: қутбланиш, оптик қалинлик, **S**,**T**-матрицалар, X, Y- функциялар, нейтрал нуқталар.

©Академия наук Республики Узбекистан, 2023 г.