Uzbek Journal of Physics

Vol.21(№2) 2019 PP.77-87

ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ МУЛЬТИСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ

В.Р. Расулов, Р.Я. Расулов, Н.З. Мамадалиева, И.М. Эшболтаев

Ферганский государственный университет, 713000 Фергана, Узбекистан
(Получена 13.07.2018)

Кетма-кет келувчи потенциал тўсиқ ва потенциал ўралардан ташкил топган ярим ўтказгичли асимметриявий структура потенциал тўсиғининг тиниқлик коэффициенти ҳисобланган. Бу ҳолда потенциал тўсиқ баландликлари ҳамда электронлар эффектив массаларининг фарқига эътибор қаратилган. Ярим ўтказгичли асимметриявий структурада потенциал тўсиқ ўтиш коэффициентининг электрон энергиясига боғлиқ тарзда осцилляцияланиши кузатилиши кўрсатилган.

Рассчитаны коэффициенты прозрачности потенциальных барьеров асимметричной полупроводниковой структуры, состоящих из чередующихся потенциальных барьеров и потенциальных ям. При этом учтена разность эффективных масс электронов и высоты потенциальных барьеров. Показано, что в асимметричной полупроводниковой структуре должна наблюдаться осцилляция коэффициента прохождения через потенциальный барьер в зависимости от энергии электронов.

The transparency of coefficients of the asymmetric potential barriers of a semiconductor structure consisting of alternating potential barriers and potential wells are calculated. In this case, the difference between the effective electron masses and the height of the potenial barriers has taken into account. It is shown that in asymmetric semiconductor structure, the oscillation of the electron energy should exhibit in the dependence of the transmission coefficient through the potential barrier.

I. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Многослойные композиции из химически неоднородных полупроводников приобрели исключительную актуальность в связи с чрезвычайно широким применением этих систем в микро- или наноэлектронике и в физических исследованиях [1]. Такие системы являются основной технологической композицией для элементной базы интегральных схем и составляют основу современной полупроводниковой электроники [2, 3]. Современная технология дает возможность получения полупроводниковых слоев с произвольным профилем изменения состава (структуры с квантовой ямой) для улучшения характеристик приборов, полученных на их основе [1-5]. В этом случае задача об электронных состояниях сводится к задаче о поведении частицы в прямоугольных потенциальных ямах, в которых между двумя соседними имеется яма, описываемых соотношением (рис. 1).

$$U(x)=\begin{cases} U_j & \text{при } x\langle x_j, \\ U_{j+1} & \text{при } x_{j+1}\langle x\langle x_{j+2}, \\ U_{j+2} & \text{при } x_{j+2}\langle x\langle x_{j+3}, \\ U_{j+3} & \text{при } x_{j+3}\langle x\langle x_{j+4}, \\ U_{j+4} & \text{при } x\rangle x_{j+4}. \end{cases} \qquad (1)$$

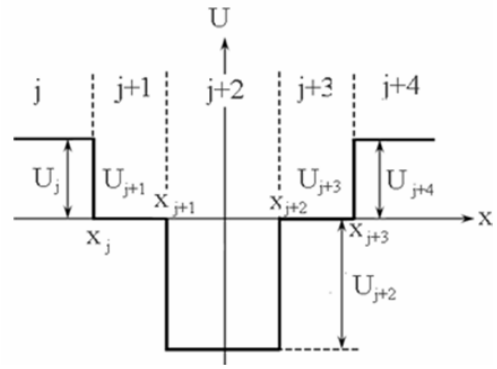


Рис. 1. Структура с асимметричными потенциальными барьерами.

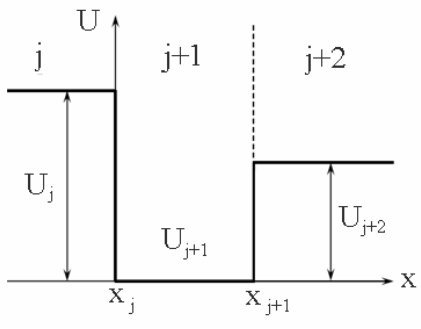


Рис. 2. Асимметричная структура с одной потенциальной ямой.

Далее отметим, что для создания нового поколения резонансно-туннельных диодов, гетеролазеров с разделенными электронным и оптическим ограничением применяются структуры с прямоугольными размерно-квантованными ямами, в центре которых имеется дополнительный энергетический провал. Такая структура описывается потенциалом (1) (см. рис. 1), где $U_j, U_{j+4} \rangle 0,\ U_{j+1}, U_{j+3} = 0,\ U_{j+2} \langle 0$.

Наноструктуры, выращенные на основе узкозонного полупроводника между двумя слоями широкозонного материала, описываются как структуры с асимметричными прямоугольными потенциальными барьерами, т.е. потенциалом (1), где $U_j, U_{j+2} \rangle 0,\ \ U_{j+1}, U_{j+3}, U_{j+4} = 0$ (рис. 2).

Тогда волновую функцию электрона в потенциале (1) можно представить как

$$\psi_j(x) = A_j e^{(ik_j x)} + B_j e^{(-ik_j x)}, \tag{2}$$

где

$$k_j(x) = k_j = \sqrt{\frac{2m_j}{\hbar^2}\left(E - U_j\right)},\ \ j = 1, 2, 3, \ldots\ .$$

Далее считаем, что эффективные массы электронов в соседних слоях различны. Поэтому граничные условия для волновых функций электронов имеют вид [4]

$$\psi_j(x = x_j) = \psi_{j+1}(x = x_j), \quad \frac{1}{m_j}\frac{\partial \psi_j(x)}{\partial x}\bigg|_{x=x_j} = \frac{1}{m_{j+1}}\frac{\partial \psi_{j+1}(x)}{\partial x}\bigg|_{x=x_j}. \tag{3}$$

Подставляя (2) в (3) получим выражения для амплитуд электронных де бройлевских волн

$$\begin{aligned} 2A_j &= \left(1 + \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) A_{j+1} e^{(i(k_{j+1} - k_j)x_j)} + \left(1 - \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) B_{j+1} e^{(-i(k_{j+1} + k_j)x_j)}, \\ 2B_j &= \left(1 - \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) A_{j+1} e^{(i(k_{j+1} + k_j)x_j)} + \left(1 + \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) B_{j+1} e^{(-i(k_{j+1} - k_j)x_j)}. \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $\tilde{k}_j = k_j / m_j$. Для упрощения дальнейших вычислений вводим матрицу переноса, удовлетворяющую следующему равенству:

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \hat{T}^{(j,j')} \begin{bmatrix} A_{j'} \\ B_{j'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11}^{(j,j')} & T_{12}^{(j,j')} \\ T_{21}^{(j,j')} & T_{22}^{(j,j')} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{j'} \\ B_{j'} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

где матричные элементы в случае $j' = j+1$

$$T_{11}^{(j,j+1)} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) e^{(i(k_{j+1}-k_j)x_j)}, \qquad T_{12}^{(j,j+1)} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) e^{-i(k_{j+1}+k_j)x_j},$$
$$T_{21}^{(j,j+1)} = T_{12}^{(j,j+1)*}, \qquad T_{22}^{(j,j+1)} = T_{11}^{(j,j+1)*}. \tag{6}$$

Заметим, что для матрицы $\hat{T}^{(j,j+1)}$ имеем

$$T_{11}^{(j,j+1)} = T_{22}^{(j,j+1)*},\ T_{12}^{(j,j+1)} = T_{21}^{(j,j+1)*},\ T_{11}^{(j,j+1)} T_{22}^{(j,j+1)} - T_{21}^{(j,j+1)} T_{12}^{(j,j+1)} = \tilde{k}_{j+1} / \tilde{k}_j. \tag{7}$$

Матрица $\hat{T}^{(j,j+1)}$ становится униполярной матрицей в случае $\tilde{k}_{j+1} = \tilde{k}_j$, т.е. для симметричных структур [6], когда одинаковы высота потенциальных барьеров и эффективные массы электронов.

Отметим здесь, что аналогичная задача была решена в [7] для симметричной структуры без учета условия Бастарда, а в [8] – для структур с δ-потенциальным барьером.

II. ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА СТРУКТУРЫ С ОДНИМ ПОТЕНЦИАЛЬНЫМ БАРЬЕРОМ

Теперь рассмотрим конкретные случаи. Пусть трехслойная структура имеет в середине один потенциальный барьер (рис. 3). Тогда коэффициенты отражения $r_{j,j+2}$ от потенциального барьера и прохождения $t_{j,j+2}$ через потенциальный барьер[1], введенные как отношения плотностей потоков вероятности в отраженной и прошедшей де бройлевских волнах, электронов в падающей волне, в формализме матрицы переноса имеют вид:

$$r_{j,j+2} = 1 - t_{j,j+2}, \tag{8}$$

$$t_{j,j+2} = \frac{4\dfrac{k_{j+2}}{k_j}\dfrac{m_j}{m_{j+2}}}{\left(1 + \dfrac{k_{j+2}}{k_j}\dfrac{m_j}{m_{j+2}}\right)^2 - \left[1 - \left(\dfrac{k_{j+1}}{k_j}\dfrac{m_j}{m_{j+1}}\right)^2\right]\left[1 - \left(\dfrac{k_{j+2}}{k_{j+1}}\dfrac{m_{j+1}}{m_{j+2}}\right)^2\right]\sin^2\left[k_{j+1}\left(x_{j+1} - x_j\right)\right]}. \tag{9}$$

Считаем, что перенос электронов происходит по схеме $j \to j+1 \to j+2$. Тогда матричные элементы матрицы переноса $\hat{T}^{(j,j+2)} = \hat{T}^{(j,j+1)}\hat{T}^{(j+1,j+2)}$,

[1] Т.е. переход электронов из области j в область j+2 через потенциальный барьер j+1.

$$T_{11}^{(j,j+2)} = T_{11}^{(j,j+1)}T_{11}^{(j+1,j+2)} + T_{12}^{(j,j+1)}T_{21}^{(j+1,j+2)} = (4\tilde{k}_j\tilde{k}_{j+1})^{-1}e^{(i(k_{j+2}x_{j+1}-k_jx_j))} \times$$
$$\times\left\{(\tilde{k}_j+\tilde{k}_{j+1})(\tilde{k}_{j+1}+\tilde{k}_{j+2})e^{\left[-ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)\right]} + (\tilde{k}_j-\tilde{k}_{j+1})(\tilde{k}_{j+1}-\tilde{k}_{j+2})e^{\left[ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)\right]}\right\},$$
$$T_{12}^{(j,j+2)} = T_{12}^{(j,j+1)}T_{22}^{(j+1,j+2)} + T_{11}^{(j,j+1)}T_{12}^{(j+1,j+2)} = (4\tilde{k}_j\tilde{k}_{j+1})^{-1}e^{(-i(k_{j+2}x_{j+1}-k_jx_j))} \times \quad (10)$$
$$\times\left\{(\tilde{k}_j-\tilde{k}_{j+1})(\tilde{k}_{j+1}+\tilde{k}_{j+2})e^{\left[ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)\right]} + (\tilde{k}_j+\tilde{k}_{j+1})(\tilde{k}_{j+1}-\tilde{k}_{j+2})e^{\left[-ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)\right]}\right\},$$
$$T_{11}^{(j,j+2)} = T_{22}^{(j,j+2)^*},\ T_{21}^{(j,j+2)} = T_{12}^{(j,j+2)^*}.$$

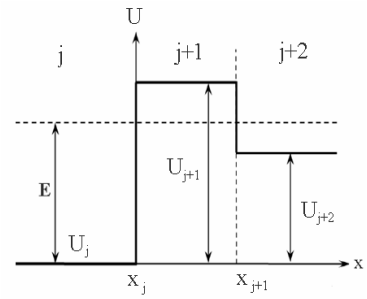


Рис. 3. Структура с одним потенциальным барьером.

Отметим здесь следующее.

1. Коэффициент $t_{j\to j+2}$ инвариантен относительно преобразования $j \leftrightarrow (j+2)$. Это означает, что коэффициент прохождения не зависит от того с какой стороны налетают электроны на потенциальный барьер.

2. Коэффициенты $t_{j\to j+2}$ и $r_{j\to j+2}$ верны как для надбарьерного $(E\rangle U_j)$, так и для подбарьерного $(E\langle U_j)$ прохождения электронов. В последнем случае удобно использовать преобразования типа $\tilde{k}_{m+n} = i\tilde{\kappa}_{m+n}$, $\tilde{k}_m \pm \tilde{k}_{m+n} = \sqrt{(\tilde{k}_m)^2 \pm (\tilde{\kappa}_{m+n})^2}\,e^{\pm i\varphi_{m,m+n}}$, тогда если $\tilde{k}_m$ величина вещественная, а $\tilde{k}_{m+n}$ мнимая, $\mathrm{arctg}(\varphi_{m,m+n}) = \tilde{\kappa}_{m+n}/\tilde{k}_m$. Тогда, надо отметить, что при переходе из одной области в другую в электронных волнах должно происходить смещение по фазе, связанное с несовпадением фаз волн, распространяющихся в различных, но соседних областях.

3. Для симметричной структуры с $U_j = U_{j+2}$ имеем

$$t_{j\to j+2} = 4\left\{\left(1+\frac{m_j}{m_{j+2}}\right)^2 + \left[1-\left(\frac{k_jm_{j+1}}{k_{j+1}m_j}\right)^2\right]\left[1-\left(\frac{k_{j+1}}{k_j}\frac{m_j}{m_{j+1}}\right)^2\right]\sin^2\left[k_{j+1}\left(x_{j+1}-x_j\right)\right]\right\}^{-1}. \quad (11)$$

4. В асимметричной (и симметричной, но с различными эффективными массами электронов в различных областях (слоях)) структуре должна наблюдаться осцилляция в спектральной зависимости как коэффициента $t_{j\to j+2}$, т.е. в эффекте туннелирования, так и в коэффициенте прозрачности потенциального барьера. Амплитуда этой осцилляции определяется разностью между волновыми векторами электронов, находящихся в потенциальном барьере и в соседних ему потенциальных ямах, т.е. $\tilde{k}_{j+1} - \tilde{k}_j$ и $\tilde{k}_{j+2} - \tilde{k}_{j+1}$. Такое интерференционное явление в структуре не исчезает даже в симметричной структуре из-за разности эффективных масс электронов, находящихся в различных слоях структуры.

Далее определим выражение для коэффициента прохождения через структуры из области j в область j+2 для произвольного соотношения энергии носителей тока и высоты потенциального барьера. Так что

$$t^{j,j+2} = \frac{16\tilde{k}_{j+2}}{\tilde{k}_j} \frac{1}{\left|[1+(\tilde{k}_{j+1}/\tilde{k}_j)][1+(\tilde{k}_{j+2}/\tilde{k}_{j+1})]+[1-(\tilde{k}_{j+1}/\tilde{k}_j)][1-(\tilde{k}_{j+2}/\tilde{k}_{j+1})]e^{-2ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)}\right|^2}. \quad (12)$$

Следует отметить, что как при надбарьерном, так и при подбарьерном прохождении электронов возникают осцилляции туннелирования, связанные с интерференцией отраженных де бройлевских волн. Амплитуды при этом определяются не только значениями волновых векторов, но и значениями эффективных масс носителей тока. Отметим также, осцилляции не исчезают даже в симметричных структурах, если у них имеется разность эффективных масс носителей тока, находящихся в двух соседних областях. Согласно последней формуле, по мере уменьшения разности $(U_j / m_j) - (U_{j+2} / m_{j+2})$ осцилляции становятся все менее выраженными, и при $(U_j / m_j) = (U_{j+2} / m_{j+2})$ они исчезают, даже если структура асимметрична.

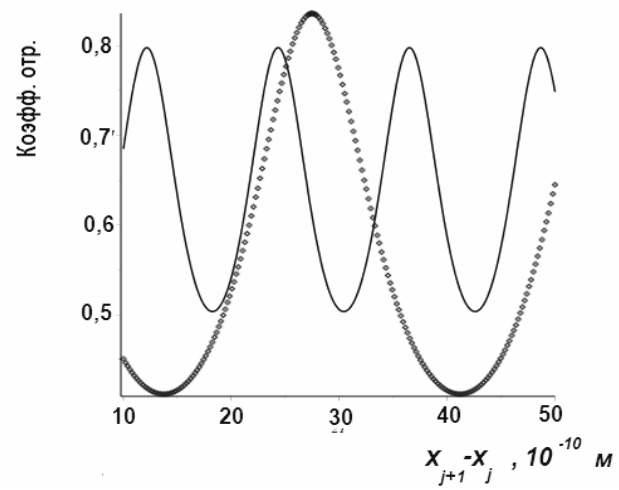


Рис. 4. Коэффициент подбарьерного отражения для структуры AlAs-$In_{0.53}Ga_{0.47}As$-InAs, у которой барьер изготовлен из AlAs. Сплошная линия – для электронов с энергией 150 meV, точки – для электронов с энергией 50 meV. При расчете выбраны следующие параметры: U_j = 55 meV, U_{j+1} = 35 meV, U_{j+2} = 45 meV, m_{j+1}=0.046 m_0, m_{j+2}=0.023 m_0, m_{j+3}=0.124 m_0.

На рис. 4 представлена зависимость коэффициента отражения для структуры AlAs-$In_{0.53}Ga_{0.47}As$-InAs, откуда видно, что с увеличением энергии электронов увеличивается частота осцилляций. Расчеты показывают, что если увеличим эффективную массу m_{j+2} в 1.6 раз, тогда амплитуда и частота осцилляций увеличиваются примерно в 1.2 раза. Это позволяет контролировать осцилляцию, выбирая образцы различного химического состава.

III. СТАЦИОНАРНЫЕ ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ АСИММЕТРИЧНОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ

Для определения энергетического спектра локализованных состояний будем использовать критерий существования таких состояний, определяемый уравнением

$T_{11}^{(3)}=0$. При этом учтем, что локализованному состоянию частицы в асимметричной потенциальной яме соответствует такое распределение волновой функции, при котором решения уравнения Шредингера для данного случая являются нарастающими. Поэтому в решениях (для определенного случая) надо исключить слагаемые вида $a_1e^{-k_1x}$ и $b_3e^{-k_1x}$. Тогда

$$\begin{pmatrix}0\\b_1\end{pmatrix}=\hat{T}^{(3)}\begin{pmatrix}a_3\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}T_{11}^{(3)} & T_{12}^{(3)}\\T_{21}^{(3)} & T_{22}^{(3)}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_3\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}T_{11}^{(3)}a_3\\T_{21}^{(3)}b_3\end{pmatrix}, \tag{13}$$

откуда условие существования локализованных состояний имеет вид:

$$e^{i(k_3x_2-k_1x_1)}\left[\left(1+\frac{\tilde{k}_2}{\tilde{k}_1}\right)\left(1+\frac{\tilde{k}_3}{\tilde{k}_2}\right)e^{-ik_2(x_2-x_1)}+\left(1-\frac{\tilde{k}_2}{\tilde{k}_1}\right)\left(1-\frac{\tilde{k}_3}{\tilde{k}_2}\right)e^{ik_2(x_2-x_1)}\right]=0. \tag{14}$$

Далее определим энергию локализации электронов как при надбарьерном, так и подбарьерном транспорте. Ради простоты дальнейшего анализа результатов, считаем, что области “1” и “3” физически неразличимы.

Из последнего нетрудно получить, что локализованный уровень размерно квантован, т.е. $E_{3,1}(k_y=k_z=0;n_{3,1})=\dfrac{\pi^2\hbar^2n_{3,1}^2}{8m_{3,1}\left(x_2-x_{3,1}\right)^2}$, и находится в областях “1” и “3”, где $n_{3,1}=0,1,2,\ldots$. Если не происходит такого размерного квантования, тогда энергия локализации в случае, когда области “1” и “3” физически неразличимы, определяется из следующих трансцендентных уравнений:

при надбарьерном переходе электронов

$$\frac{\left(\tilde{k}_2+\tilde{k}_1\right)^2}{\tilde{k}_2^2-\tilde{k}_1^2}=\cos\left[k_2(x_2-x_1)\right], \tag{15}$$

при подбарьерном переходе электронов

$$e^{\kappa_2(x_2-x_1)}=\frac{\tilde{\kappa}_2^2-\tilde{k}_1^2}{\tilde{\kappa}_2^2+\tilde{k}_1^2}. \tag{16}$$

Из (15) нетрудно получить, что в рассматриваемой структуре имеется лишь один локализованный уровень электронов независимо от того, какова толщина слоев.

Для структуры с одинаковыми эффективными массами электронов при подбарьерном переходе электронов происходит размерное квантование их локальных состояний, определяемое выражением

$$E_n^{(2)}=\frac{\pi^2\hbar^2}{8m_2(x_2-x_1)^2}+U_2. \tag{17}$$

IV. РЕЗОНАНСНОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ ЧЕРЕЗ ДВУХБАРЬЕРНУЮ СТРУКТУРУ ПРИ УЧЕТЕ УСЛОВИЯ БАСТАРДА

Рассмотрим подбарьерный переход электронов с энергией $E\left\langle U_{j+1,j+3}\right.$ (т.е. $k_{j+1}=i\kappa_{j+1}$, $k_{j+3}=i\kappa_{j+3}$) через асимметричную структуру. Тогда матричный

элемент $T_{11}^{(5)}$ матрицы переноса (12) в случае j = 1 определяется суммой произведений $A_1 \times A_2$ и $B_1 \times B_2$, где

$$A_1 = e^{i(k_3 x_2 - k_1 x_1)}\xi_1, \quad A_2 = e^{i(k_5 x_4 - k_3 x_3)}\xi_2, \quad B_1 = e^{-i(k_3 x_2 + k_1 x_1)}\xi_1^*, \quad B_2 = e^{-i(k_5 x_4 + k_3 x_3)}\xi_2^*, \qquad (18)$$

где

$$\xi_1 = \frac{i}{4}\left(1+\frac{\tilde{\kappa}_2^2}{\tilde{k}_1^2}\right)^{1/2}\left(1+\frac{\tilde{k}_3^2}{\tilde{\kappa}_2^2}\right)^{1/2}\left[e^{\kappa_2(x_2-x_3)}e^{\,i(\varphi_{21}-\varphi_{32})} - e^{-\kappa_2(x_2-x_1)}\,e^{-i(\varphi_{21}-\varphi_{32})}\right],$$

$$\xi_2 = \frac{i}{4}\left(1+\frac{\tilde{\kappa}_4^2}{\tilde{k}_3^2}\right)^{1/2}\left(1+\frac{\tilde{k}_5^2}{\tilde{\kappa}_4^2}\right)^{1/2}\left[e^{-\kappa_4(x_4-x_3)}e^{\,i(\varphi_{43}-\varphi_{54})} - e^{\kappa_4(x_4-x_3)}\,e^{-i(\varphi_{43}-\varphi_{54})}\right],$$

$$\varphi_{21} = \operatorname{arctg}\left(\tilde{\kappa}_2 / \tilde{k}_1\right), \quad \varphi_{32} = \operatorname{arctg}\left(\tilde{k}_3 / \tilde{\kappa}_2\right), \quad \varphi_{43} = \operatorname{arctg}\left(\tilde{\kappa}_4 / \tilde{k}_3\right), \quad \varphi_{54} = \operatorname{arctg}\left(\tilde{k}_4 / \tilde{\kappa}_3\right).$$

Тогда имеем

$$T_{11}^{(5)} = \frac{-1}{16}e^{i(k_5 x_4 - k_1 x_1)}\left(1+\frac{\tilde{\kappa}_2^2}{\tilde{k}_1^2}\right)^{1/2}\left(1+\frac{\tilde{k}_3^2}{\tilde{\kappa}_2^2}\right)^{1/2}\left(1+\frac{\tilde{\kappa}_4^2}{\tilde{k}_3^2}\right)^{1/2}\left(1+\frac{\tilde{k}_5^2}{\tilde{\kappa}_4^2}\right)^{1/2} e^{x_4(x_4+x_3)}e^{\,x_2(x_2+x_1)}K, \qquad (19)$$

где

$$\begin{aligned} K = 2i\Big\{ & e^{-2\kappa_2(x_2-x_1)}\,e^{-2\kappa_4(x_4-x_3)}e^{-i(\varphi_{21}+\varphi_{54})}\sin\left[-k_3(x_3-x_2)-\varphi_{32}-\varphi_{43}\right]+ \\ & + e^{-2\kappa_4(x_4-x_3)}e^{i(\varphi_{21}-\varphi_{54})}\sin\left[k_3(x_3-x_2)-\varphi_{32}+\varphi_{43}\right]+ \\ & + e^{-2\kappa_2(x_2-x_1)}e^{i(-\varphi_{21}+\varphi_{54})}\sin\left[k_3(x_3-x_2)+\varphi_{32}-\varphi_{43}\right]+ \\ & + e^{i(\varphi_{21}+\varphi_{54})}\sin\left[-k_3(x_3-x_2)+\varphi_{32}+\varphi_{43}\right]\Big\}. \end{aligned} \qquad (20)$$

Таким образом, для прозрачности барьеров имеем выражение

$$t^{(1,5)} = \frac{16^2\,\tilde{k}_1\tilde{\kappa}_2^2\tilde{k}_3^2\tilde{\kappa}_4^2\tilde{k}_5\;e^{-2\kappa_2(x_2-x_1)}\,e^{-2\kappa_4(x_4-x_3)}}{\left(\tilde{k}_1^2+\tilde{\kappa}_2^2\right)\left(\tilde{\kappa}_2^2+\tilde{k}_3^2\right)\left(\tilde{k}_3^2+\tilde{\kappa}_4^2\right)\left(\tilde{\kappa}_4^2+\tilde{k}_5^2\right)|K|^2}. \qquad (21)$$

Ради полноты в дальнейшем рассмотрим потенциальные энергии, превышающие энергию электронов $U_1, U_3, U_5 \rangle E$, и $k_2 = k_4$, $x_2 - x_1 = x_4 - x_3$, тогда энергетический спектр электронов в структуре с потенциальной ямой, разделенной с малой прозрачностью, т.е. при $\exp\left[-\kappa_3\left(x_3-x_2\right)\right] \langle\langle 1$, описывается выражением $E^{(0)} = \left(\hbar^2 k_2^{(0)^2} / 2m_2\right) + U_2$, где $k_2^{(0)}$ определяется из условия $\sin\left[\varphi_{12} + \varphi_{32} - k_2^{(0)}\left(x_2 - x_1\right)\right] = 0$. Далее определим энергетический спектр локализованных состояний электронов в структуре с прямоугольной асимметричной потенциальной ямой, где также считаем, что физико-химические свойства потенциальных ям “1”, “3”,“5” и барьеров “2”,“4” одинаковые. В этом случае матричный элемент матрицы переноса имеет вид

$$T_{11}^{(5)} = A_1 \times A_2 + B_1 \times B_2, \qquad (22)$$

где

$$A_1 = \frac{e^{ik_1 x_{21}}}{4\tilde{k}_1\tilde{k}_2}\left[\left(\tilde{k}_1+\tilde{k}_2\right)^2 e^{-ik_2 x_{21}} - \left(\tilde{k}_1-\tilde{k}_2\right)^2 e^{ik_2 x_{21}}\right], \quad A_2 = A_1\left(x_{21} \to x_{43}\right),$$

$$B_1=\frac{\left(\tilde{k}_2^2-\tilde{k}_1^2\right)}{4\tilde{k}_1\tilde{k}_2}e^{-ik_1(x_2+x_1)1/2}\left(e^{-ik_2x_{21}}-e^{ik_2x_{21}}\right),\ \ B_2=B_1^*\left(x_{21}\to x_{43}\right),\ \ x_{ab}=x_a-x_b.$$

Для надбарьерного транспорта электронов имеем

$$T_{11}^{(5)}=\frac{1}{4\tilde{k}_1^2\tilde{k}_2^2}\left\{\left[e^{ik_1x_{21}}\left(2\tilde{k}_1\tilde{k}_2\cos\left(k_2x_{21}\right)-i\left(\tilde{k}_1^2+\tilde{k}_2^2\right)\sin\left(k_2x_{21}\right)\right)\right]^2-\right.$$
$$\left.-\left[\left(\tilde{k}_2^2-\tilde{k}_1^2\right)\sin(k_2x_{21})\right]^2\right\}, \tag{23}$$

а в случае подбарьерного транспорта электронов

$$T_1^{(5)}=\frac{1}{4\tilde{k}_1^2\tilde{k}_2^2}\left\{\left[\left(\tilde{k}_2^2+\tilde{k}_1^2\right)\sinh(k_2x_{21})\right]^2-\right.$$
$$\left.-\left[e^{ik_1x_{21}}\left(\left(\tilde{k}_1^2-\tilde{k}_2^2\right)\sinh\left(k_2x_{21}\right)+2\tilde{k}_1\tilde{k}_2\cosh\left(k_2x_{21}\right)\right)\right]^2\right\}. \tag{24}$$

Тогда для локализованных состояний электронов, у которых энергия больше высоты потенциальных барьеров, имеем следующее трансцендентное уравнение

$$\frac{2\tilde{k}_1\tilde{k}_2}{\left(\tilde{k}_1^2+\tilde{k}_2^2\right)}=\mathrm{ctg}\left(k_1x_{21}\right)\mathrm{tg}\left(k_2x_{21}\right). \tag{25}$$

V. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В АСИММЕТРИЧНОЙ СТРУКТУРЕ

Рассмотрим волновую функцию $\psi_j(x)=B_je^{ik_jx}+A_je^{-ik_jx}$ с $j=1,2$ для асимметричной структуры, изображенной на рис. 5. Если считаем, что слой $j=2$ – барьер (т.е. считаем, что A_1=0), тогда из граничного условия Бастарда имеем:

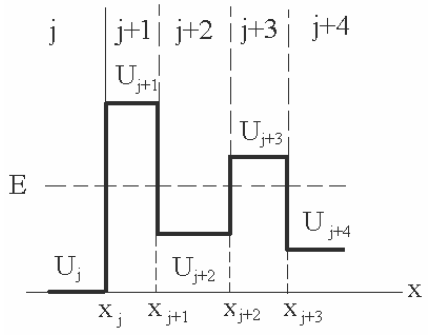


Рис. 5. Асимметричная структура с двумя потенциальными барьерами

$$\begin{cases}2A_2e^{2ik_2x_1}=\left(1-\dfrac{\kappa_1}{i\tilde{k}_2}\right)B_1e^{-\kappa_1x_1}e^{ik_2x_1},\\ 2B_2e^{-2ik_2x_1}=\left(1+\dfrac{\kappa_1}{i\tilde{k}_2}\right)B_1e^{-\kappa_1x_1}e^{-ik_2x_1},\end{cases} \tag{26}$$

где $\kappa_1^2=2m_1\left(U_1-E\right)/\hbar^2$. Тогда

$$\psi_2(x)=\frac{2A_2e^{ik_2x_1}}{1+i\xi}\left[\cos(k_2(x-x_1)-\right.$$
$$\left.-\xi\sin(k_2(x-x_1))\right], \tag{27}$$

где

$$\xi=\sqrt{\frac{m_2(U_1-E)}{m_1E}}.$$

Из условия нормировки для волновой функции выражение для коэффициента A_2 определяется соотношением

$$\left|A_2\right|^{-2}=\left(x_2-x_1\right)+\frac{\sin\left(k_2(x_2-x_1)\right)}{k_2\left(1+\xi^2\right)}\left[\left(1-\xi^2\right)\cos\left(k_2(x_2-x_1)-2\xi\sin\left(k_2(x_2-x_1)\right)\right]\right. . \tag{28}$$

VI. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Обсуждение полученных результатов начнем с выражения для $T_{11}^{(j,j+4)}$, учитывая, что $j+1$ и $j+3$ области являются потенциальными барьерами (остальные потенциальные ямы). Тогда нетрудно убедиться в том, что даже в наноструктурах, где потенциальные ямы размерно-квантованны, можно наблюдать интерференционные туннельные явления. Отметим, что в этом случае степень наблюдения интерференционной картины описывается, т.е. контролируется, только параметрами барьера. Такое явление исчезает при подбарьерном переходе электронов, когда $k_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)\rangle\rangle 1$ (либо $k_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)\langle\langle 1$). При этом

$$t_{j,j+4}=\frac{k_{j+4}}{k_j}\frac{1}{\left|T_{11}^{j,j+2}\right|^2}, \tag{29}$$

где

$$\left|T_{11}^{(j,j+4)}\right|^2=\left(4\tilde{k}_j\tilde{k}_{j+1}\tilde{\kappa}_{j+2}\tilde{k}_{j+3}\right)^{-2}e^{-2\kappa_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)}\left[\tilde{k}_{j+1}\tilde{k}_{j+3}\left(\tilde{k}_j-\tilde{\kappa}_{j+2}\right)\left(\tilde{\kappa}_{j+2}-\tilde{k}_{j+4}\right)\right]^2, \tag{30}$$

если удовлетворяются условия $k_{j+1}\left(x_{j+1}-x_j\right)=\pi n_{j+1}$, $k_{j+3}\left(x_{j+3}-x_{j+2}\right)=\pi n_{j+3}$, и

$$\left|T_{11}^{(j,j+4)}\right|^2=\left(4\tilde{k}_j\tilde{k}_{j+1}\tilde{\kappa}_{j+2}\tilde{k}_{j+3}\right)^{-2}e^{-2\kappa_{j+2}\left(x_{j+2}-x_{j+1}\right)}\left[\left(\tilde{k}_{j+1}^2-\tilde{k}_j\tilde{\kappa}_{j+2}\right)\left(\tilde{k}_{j+3}^2-\tilde{\kappa}_{j+2}\tilde{k}_{j+4}\right)\right]^2, \tag{31}$$

если удовлетворяются только условия $k_{j+1}\left(x_{j+1}-x_j\right)=\frac{\pi}{2}\left(2n_{j+1}+1\right)$, $k_{j+3}\left(x_{j+3}-x_{j+2}\right)=\frac{\pi}{2}\left(2n_{j+3}+1\right)$.

Таким образом, в симметричных структурах должна наблюдаться осцилляция коэффициента надбарьерного прохождения частицы в зависимости от ее энергии без учета условия Бастарда. Расчеты показывают, что при равных значениях ширины ямы и потенциального барьера, а также скачков потенциала барьера или ямы, амплитуда осцилляций коэффициента надбарьерного прохождения частиц больше, чем коэффициента прохождения над ямой.

Аналогичным образом нетрудно получить выражение для коэффициента отражения при прохождении частиц над потенциальной ямой, коэффициент прохождения которой осциллирует в зависимости от энергии частицы.

В случае асимметричной структуры эти рассуждения остаются в силе, но физическая природа параметров, например, числа осцилляций, коэффициентов отражения и прохождения, сильно зависит как отношения эффективных масс электронов в соседних слоях и от отношения высоты левого и правого потенциального барьера (по отношению к яме).

Далее рассмотрим конкретный случай. Пусть потенциальная энергия электронов описывается соотношением: $U(x)=U_1$ при $x\langle x_1$ и $U(x)=U_2$ при $x\rangle x_1$. Тогда электронная волновая функция ищется в виде:

$$\psi_j(x)=A_je^{(ik_jx)}+B_je^{(-ik_jx)}, \tag{32}$$

где $k_j(x)=k_j=\sqrt{(2m/\hbar^2)(E-U_j)}$ – волновой вектор, m_j – эффективная масса электронов, j = 1,2,3… . Тогда из граничных условий для непрерывности волновых функций [4] и потока электронов, где в отличие от обычных квантово-

механических задач учтем условия Бастарда, нетрудно получить соотношения, связывающие амплитуды де бройлевских волн электронов, находящихся в соседних областях (слоях):

$$\begin{aligned} 2A_1 &= \left(1+a_{21}\right)A_2 e^{i(k_2-k_1)x_1} + \left(1-a_{21}\right)B_2 e^{-i(k_2+k_1)x_1}, \\ 2B_j &= \left(1-a_{21}\right)A_2 e^{i(k_2+k_1)x_1} + \left(1+a_{21}\right)B_2 e^{-i(k_2-k_1)x_1}. \end{aligned} \tag{33}$$

Здесь $a_{jj'} = \tilde{k}_j / \tilde{k}_{j'}$, $\tilde{k}_j = k_j / m_j$. Ур-е (33) удобно переписать с помощью матрицы переноса из области “1” в “2”

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \hat{T}^{(21)} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^{(21)} & T_{12}^{(21)} \\ T_{21}^{(21)} & T_{22}^{(21)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix}, \tag{34}$$

где

$$\begin{aligned} T_{11}^{(21)} = T_{22}^{(21)*} = \frac{1}{2}\left(1+a_{21}\right)e^{i(k_2-k_1)x_1}, \quad T_{12}^{(21)} = T_{21}^{(21)*} = \frac{1}{2}\left(1-a_{21}\right)e^{-i(k_2+k_1)x_1}, \\ \det\left[\hat{T}^{(21)}\right] = \frac{\tilde{k}_2}{\tilde{k}_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}\frac{E-U_2}{E-U_1}}. \end{aligned} \tag{35}$$

Для выбранного нами потенциала имеем

$$r^{(21)} = \left|1-\sqrt{\frac{m_1}{m_2}\frac{E-U_2}{E-U_1}}\right|^2 \Bigg/ \left|1+\sqrt{\frac{m_1}{m_2}\frac{E-U_2}{E-U_1}}\right|^2.$$

В частности для симметричной структуры $r^{(21)} = \left|1-\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}\right|^2 \Bigg/ \left|1+\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}\right|^2$ и обращается в ноль, когда эффективные массы электронов одинаковы во всех слоях структуры.

Отметим здесь, что при размерном квантовании спектра электронов спектр описывается формулой $E_-(k_y,k_z,n_-) = E(k_y,k_z) + U_2 + E_0 n_-^2$, тогда при $\tilde{k}_1 = \tilde{k}_2 = \tilde{k}_3$ и $\tilde{k}_2 = \pi n_- \big/ \left[2\left(x_2 - x_1\right)\right]$ структуры с такими слоями будет туннельно прозрачными, т.е. $t_{н.б.}^{(31)} = 0$, где n_- – нечетные числа. Отметим также, что если спектр размерного квантования определяется формулой $E_+(k_y,k_z,n_+) = E(k_y,k_z) + U_2 + E_0 n_+^2$, где n_+ – четные числа, тогда коэффициент $t_{н.б.}^{(31)}$ определяется как в зависимости от высот потенциальных барьеров, так и отношением эффективных масс электронов, находящихся в соседних слоях структуры, т.е. определяется отношением $4\tilde{k}_1\tilde{k}_2^2\tilde{k}_3\left\{\left(\tilde{k}_2^2+\tilde{k}_1\tilde{k}_3\right)^2 - \left(\tilde{k}_1^2-\tilde{k}_2^2\right)\left(\tilde{k}_3^2-\tilde{k}_2^2\right)\right\}^{-1}$, где при $\tilde{k}_1 \rangle \tilde{k}_2 \rangle \tilde{k}_3$ (или $\tilde{k}_1 \langle \tilde{k}_2 \langle \tilde{k}_3$) может оказаться $t_{н.б.}^{(31)} > 1$. Это означает, что в такой структуре может происходить усиление прохождения де бройлевских волн электронов.

Отметим, что в асимметричной (и симметричной, но с различными эффективными массами электронов в различных слоях) полупроводниковой структуре должна наблюдаться осцилляция в зависимости коэффициента прохождения через потенциальный барьер от энергии электронов. Эта осцилляция обусловлена интерференцией волн, идущих к барьеру и отраженных от

потенциального барьера. Такое интерференционное явление не исчезает даже в симметричной структуре из-за разности эффективных масс электронов, находящихся в различных областях структуры.

Работа частично финансирована грантом ОТ-Ф2-66.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Щука. Наноэлектроника (Москва, Физматкнига, 2007).
2. Г.М. Младенов, В.М. Спивак, Е.Г. Колева, А.В. Богдан. Наноэлектроника. Введение в наноэлекронные технологии (Киев-София, Техносфера, 2009).
3. Д.А. Усанов, А.В. Скрипаль. Физические основы наноэлектроники (Саратов, 2013).
4. G. Bastard. Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructure. Editions de Physique (Les Ulis, France, 1988).
5. В.П. Драгунов. Основы наноэлектроники (Москва, Физматкнига, 2006).
6. E.L. Ivchenko, G.E. Pikus. Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena, Springer Series in Solid-State Sciences **110**, 657, (1997) (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995).
7. С.Н. Гриняев, В.Н. Чернышев, ФТП **26**, 2057 (1992).
8. В.Ф. Елесин, ЖЭТФ **124**, 379 (2003).