Uzbek Journal of Physics

Vol.21(№2) 2019 PP.130-132

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

ДИФФУЗИОННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Н.А. Тайланов, Н.М. Джураева, Д.Т. Бобонов, Б.Х. Маматкулов, М.Х. Суярова, М.Х. Самадов

Джизакский политехнический институт, Джизак, Узбекистан
(Получена 08.05.2018)

II-турли ўтаўтказгичларда электромагнит кичик қўзғолишларнинг эволюцияси ўрганилган. Магнит майдонининг намунага кириш тезлиги ва чуқурлиги учун аналитик формулалар олинган. Электромагнитни кичик қўзғолишларнинг вақт буйича эволюция жараенинини ифодаловчи аниқ ечим олинган.

В данной работе исследована диффузионная эволюция малых электромагнитных возмущений в сверхпроводнике второго рода, который находится в режиме вязкого течения потока. Получены аналитические формулы для глубины и скорости проникновения магнитного поля в сверхпроводник в зависимости от значений параметра задачи.

In this work, the diffusion evolution of small electromagnet perturbations in II-type superconductors, placed in a viscous flux flow state is investigated. Analytical formulas for depth and speed of penetration of a magnetic field in a superconductor are received.

Изучение динамики эволюции магнитного потока в глубь сверхпроводника с нелинейной вольтамперной характеристикой в режиме крипа потока является важной задачей технической сверхпроводимости. Математически задача исследования может быть сформулирована на основе системы нелинейных эволюционных уравнений для электромагнитного поля с учетом нелинейного соотношения между полем и током в сверхпроводнике [1-4]. Для моделирования процесса эволюции возмущений электромагнитного поля в пространстве и времени используется система уравнений макроскопической электродинамики [1]. Взаимосвязь между магнитной индукцией $\vec{B}$, электрическим полем $\vec{E}$ и плотностью транспортного тока $\vec{j}$ устанавливается уравнениями Максвелла

$$\mathrm{rot}\,\vec{B}=4\pi\vec{j}/c\,, \tag{1}$$

$$\mathrm{rot}\vec{E}=-(1/c)(d\vec{B}/dt)\,. \tag{2}$$

Движение вихревых нитей со скоростью v приводит к возникновению электрического поля

$$\vec{E}=v\vec{B}/c\,. \tag{3}$$

Согласно теории Андерсона [1], термоактивационное движение вихрей может быть описано соотношением

$$v=v_0\exp(-U/k_BT)\,, \tag{4}$$

где v_0 – скорость вихрей при $T = 0$; U – энергия активации при тепловом движении вихрей, которая зависит от механизмов пиннинга; T – температура и k_B – постоянная Больцмана. Энергия активации $U = U(\vec{j}, \vec{B}, T)$ зависит от температуры T, индукции магнитного поля $\vec{B}$ и плотности тока $\vec{j}$. Для решения задачи (1)-(4) будем использовать инварианты вида

$$b(x,t) = t^{\alpha} f(x / t^{\beta}) . \tag{5}$$

Здесь параметры α и β удовлетворяют соотношению

$$\alpha + 1 = \beta + \alpha(\gamma n + 1) + \alpha n + \beta n .$$

Используя соотношение для закона сохранения потока типа (5), получим точное выражение для параметра $\alpha = \beta = 1/(2n + \gamma n + 1)$, которое предполагает существование решения типа

$$b(x,t) = t^{1/(2n+\gamma n+1)} f(z) , \tag{6}$$

где

$$z = xt^{1/(2n+\gamma n+1)} .$$

Подставляя решение (6) в уравнение (5), получим следующее дифференциальное уравнение для новой функции $f(z)$

$$\frac{d}{dz}\left[f^{\gamma n+1} \left| \frac{df}{dz} \right|^{n} \right] + \frac{1}{2n + \gamma n + 1} \frac{d}{dz}\left[z \frac{df}{dz} \right] = 0 . \tag{7}$$

Решение уравнения (7) должно удовлетворять следующим граничным условиям задачи

$$f(0, t)=1, \;\; f(z_0, \, t)=0 . \tag{8}$$

Таким образом, полученное решение описывает профиль распространения индукции магнитного поля в сверхпроводнике. Дальнейшее интегрирование уравнения (7) с учетом граничных условий (8) приводит к следующему решению задачи

$$f(z) = f(z_0)\left[1 - (z / z_0)^{(n+1)/n} \right]^{1/(\gamma+1)} , \tag{9}$$

где

$$f(z_0) = \left[n \frac{\gamma+1}{n+1} \left(\frac{z_0^{n+1}}{2n + \gamma n + 1} \right)^{1/n} \right]^{1/(\gamma+1)} .$$

Положение фронта индукции магнитного потока z_0 может быть найдено, подставив решение (9) в равенство (8)

$$z_0^{(2n+\gamma n+1)/(\gamma+1)} = \left[\frac{\dfrac{n}{n+1} F\left(\dfrac{\gamma+2}{\gamma+1} + \dfrac{1}{2} \right)}{\Gamma\left(\dfrac{\gamma+2}{\gamma+1} \right) \Gamma\left(\dfrac{n}{n+1} \right)} \right] \left[n \frac{\gamma+1}{n+1} \left(\frac{1}{2n + \gamma n + 1} \right)^{1/n} \right]^{1/(\gamma+1)} .$$

Последнее уравнение в старых переменных имеет вид

$$b(x,t) = b_0 \left[1 - \left(\frac{x}{x_p} \right)^{(n+1)/n} \right]^{1/(\gamma+1)} , \tag{10}$$

где

$$b_0(0,t) = b(x,t) = t^{-1/(2n+\gamma n+1)} \left[n\frac{\gamma+1}{n+1}\left(\frac{z_0^{n+1}}{2n+\gamma n+1} \right)^{1/n} \right]^{1/(\gamma+1)}.$$

Положение фронта магнитного потока может быть представлено в виде $x_p = x_0 t^{-1/(2n+\gamma n+1)}$. Тогда нетрудно определить скорость фронта магнитного поля:

$$v_p \approx v_0 t^{-n(2+\gamma)/(2n+\gamma n+1)}.$$

Скорость фронта магнитного потока уменьшается линейно с течением времени. Таким образом, полученное решение (10) описывает диффузионный режим электромагнитных возмущений в сверхпроводнике в режиме крипа потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. L.D. Landau, E.M. Lifshitz. Fluid Mechanics (Pergamon, Oxford, 1987).
2. V.A. Samarskii, S.P. Galaktionov, G.V. Kurdjumov, and A.S. Stepanenko. Peaking Regimes for Quasilinear Parabolic Equations (Moskow, Nauka, 1987).
3. D.G. Aranson, J.L. Vazquez, Phys. Rev. Lett. **72**, 823 (1994).
4. J. Gilchrist, C.J. Van der Beek, Physica C **27**, 231 (1994).