Uzbek Journal of Physics
Vol.20(№3) 2018 PP.147-152

# ПОГЛОЩЕНИЕ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В РАЗМЕРНО КВАНТОВАННОЙ ЯМЕ

**Р.Я. Расулов, В.Р. Расулов, И. Эшболтаев, Н.С. Мамадалиев**

Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан
r_rasulov51@mail.ru
(Получена 06.03.2018)

Оғир ва енгил кавакларнинг одатдаги ҳамда уларнинг ўлчамли квантлашган тармоқлариаро оптик ўтишларни эътиборга олган ҳолда яримўтказгичли ўлчамли квантлашган ўрада чизиқли қутбланган ёруғликнинг ютилиши назарий тадқиқ этилган. Чексиз чуқур ўлчамли квантлашган потенциал ўранинг яримўтказгич валент зонасида, ўлчамли квантлашиш ҳисобига ҳосил бўлган тармоқлариаро тўғри оптик ўтишлар билан тавсифланувчи, қутбланган ёруғлик ютилишининг асосий хусусиятлари таҳлил қилинган.

Теоретически исследованно поглощение линейно поляризованного излучения в полупроводниковой размерно-квантованной яме, связанное как с оптическими переходами между ветвями легких и тяжелых дырок, так и между размерно-квантованными подзонами. Анализированы основные черты поглощения поляризованного света в бесконечно глубокой размерно-квантованной яме, характеризуемые внутризонным поглощением света, связанным с прямыми оптическими переходами дырок между подзонами валентной зоны полупроводника, которые формируются за счет размерного квантования.

The absorption of linearly polarized light in a semiconductor dimension-quantized well related both to optical transitions between branches of light and heavy holes and between dimension-quantized subbands has been theoretically investigated. The main features of the absorption of polarized light in infinitely deep dimensional-quantized well are analyzed, which are characterized by intraband light absorption associated with direct optical transitions of holes between the valence band subbands, which are formed due to the dimensional quantization.

В настоящее время как теоретически, так и экспериментально подробно изучено поглощение света свободными электронами в полупроводниковых размерно-квантованных гетероструктурах электронной проводимости, обусловленное междузонными оптическими переходами между размерно-квантованными подзонами зоны проводимости [1].

Работ, посвященных изучению оптических явлений при оптических переходах между подзонами легких и тяжелых дырок валентной зоны, сравнительно мало (см., н-р, [2-10]). По-видимому, это связано с тем, что энергетический спектр дырок в размерно-квантованных полупроводниках *p*-типа намного сложнее, чем в *n*-типе. Эта сложность связана со смешиванием состояний легких и тяжелых дырок и антипереселением дырочных размерно-квантованных уровней.

В работах [7-10] экспериментально изучено внутризонное поглощение света в структурах с квантовыми ямами, а в [4, 6] теоретически рассмотрено поглощение света в квантовой яме полупроводника *p*-типа, обусловленное участием третьего тела (фононов, примесей и т.п.).

В настоящей работе рассмотрено поглощение линейно поляризованного излучения в полупроводниковой размерно-квантованной яме, связанное как с

оптическими переходами между ветвями легких и тяжелых дырок, так и между размерно-квантованными подзонами. Учтены вклады в поглощения, обусловленные когерентным насыщением дырок в конечном состоянии [11], а также зависимость эффективной массы и энергии Ферми дырок от номера размерного квантования, которые не были учтены в [12, 13].

Чтобы выяснить основные свойства поглощения света, рассмотрим простейший (изотропный) случай бесконечно глубокой симметричной ямы. Учтем, что в квантовой яме появляется дополнительный механизм внутризонного поглощения света, связанный с прямыми оптическими переходами свободных носителей между подзонами, которые формируются за счет размерного квантования. При расчете вклада этих переходов в коэффициент поглощения света в формуле для коэффициента поглощения в объемных кристаллах нужно учесть частичное заполнение состояний.

В дальнейшем считаем, что четыре блоховских состояния тяжелых и легких дырок описываются базисом Латтинжера-Кона [14, 15], умноженным на $\exp(ik_z z)$, и ось $z$ совпадает с направлением [001], т.е. нормальна к поверхности стенки. Нетрудно показать, что расчет коэффициента поглощения света в структуре с квантовыми ямами отличается от расчета для объемного образца заменой объема нормирования $V$ на площадь $S$, а также переходом от суммирования по трехмерному волновому вектору $\vec{k} = \{k_x, k_y, k_z\}$ к суммированию по двумерному волновому вектору носителей $\vec{k}_\perp = \{k_x, k_y\}$ и по индексам уровней размерного квантования.

Уместно заметить, что поглощение как линейного, так и нелинейного по интенсивности поляризованного излучения в структурах с квантовыми ямами сильно отличается от поглощения света в объемном полупроводнике. В структурах с квантованными ямами поглощение света протекает как в пространстве двумерного волнового вектора $\vec{k}_\perp$ (аналогично в объемном полупроводнике), так и между состояниями размерного квантования. Именно вторая ступень поглощения света видоизменяет правила отбора оптических переходов при нелинейном поглощении света. Таким образом, в квантовой яме появляется дополнительный механизм поглощения света, связанный с прямыми оптическими переходами свободных носителей между состояниями, которые формируются за счет размерного квантования. При расчете вклада этих переходов в коэффициент поглощения света в формуле для коэффициента поглощения света нужно учесть частичное заполнение как двумерных подзон, так и размерно-квантованных состояний.

Известно [2, 3, 11], что в периодических размерно-квантованных структурах, таких как периодически расположенные квантовые ямы или сверхрешетки, коэффициент поглощения света определяется мнимой частью тензора диэлектрической проницаемости, который определяется соотношением:

$$\chi_{\alpha\beta} = \chi_{\alpha\beta}^{(0)} + \frac{4\pi e^2}{\omega^2 aF} \sum_{\vec{lk}_\perp;\nu S,\nu n' S'} \frac{v^{\alpha}_{\ln' S,l'\nu' S'}(\vec{k}_\perp)\, v^{\beta}_{l\nu' S',l\nu S}(\vec{k}_\perp)\left[ f_{l\nu S\vec{k}_\perp} - f_{l'n' S'\vec{k}_\perp} \right]}{E_{\ln S'\vec{k}_\perp} - E_{\ln' S\vec{k}_\perp} - \hbar\omega - i\hbar\Gamma_{nn'}}, \qquad (1)$$

где $\chi_{\alpha\beta}^{(0)}$ – нерезонансный вклад в $\chi_{\alpha\beta}$, слабо зависящий от частоты света ω, $F$ – площадь стенки ($xy$) и $a$ – длина квантовой ямы, $e$ – заряд электрона, $S$ и $S'$ –-

спиновые индексы дырок, $\vec{v}$ – оператор скорости, $f_{\ln \vec{S}k_\perp}$ – функция распределения, $\Gamma_{nn'}$ – затухание, $l = hh$ – для тяжелых, $l = lh$ – для легких дырок, $n$ – номера подзон размерного квантования.

Тогда для симметричной квантовой ямы выражение для коэффициента однофотонного поглощения света в размерно-квантованной яме шириной $d$ можно написать в виде

$$K^{(1)} = \frac{2\pi\omega}{\mathrm{I}} \sum_{\substack{\vec{k}_\perp; mm'=\pm 3/2, \\ l,l',nn'}} |M^{(1)}_{l'm'n',lmn}|^2 \, \Delta_{l'l} \delta(E_{l'n'\vec{k}_\perp} - \hbar\omega - E_{ln\vec{k}_\perp}), \qquad (2)$$

где $\Delta_{l'l} = \dfrac{f^{(0)}_{\ln\vec{k}_\perp} - f^{(0)}_{l'n'\vec{k}_\perp}}{[1 + 4\hbar^{-2} T_l T_{l'} |M^{(1)}_{l'n'm',lmn}|]^{1/2}}$, $M^{(1)}_{l'n'm',lmn}$ – матричный элемент однофотонного оптического перехода $|l'n'm'\rangle \to |l\, n\, m\rangle$, $T_l$ – время выхода из резонансной области дырок ветви $l$, $f^{(0)}_{\ln\vec{k}_\perp}$ – равновесная функция распределения дырок (с учетом размерного квантования), δ-функция описывает закон сохранения энергии для рассматриваемого оптического перехода[1]. Выше учли, что состояния носителей тока размерно квантованны по оси $z$, а по остальным направлениям они остаются блоховскими.

Известно, что ограничение поперечного движения электрона в квантовой яме приводит к размерному квантованию поперечного компонента квазиимпульса ($k_z$) (см., н-р, [16-19]). Это квантование приводит к расщеплению каждой энергетической ветви валентной зоны на двумерные подзоны. В этом случае состояния свободных дырок характеризуются двумерным волновым вектором $\vec{k}_\perp = \{k_x, k_y\}$ и номером подзоны $n$.

В приближении $k_\perp a \langle\langle \sqrt{\pi n}$ энергетический спектр дырок можно представить в виде

$$E_{\ln\vec{k}_\perp} = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_l^{(n)}} + \varepsilon_l n^2, \qquad (3)$$

где $\varepsilon_l = \dfrac{\hbar^2\pi^2}{2m_l a^2}$, $n$=1, 2, 3,..., $\dfrac{1}{m_l^{(n)}} = \dfrac{1}{m_l}\left[1 + \dfrac{3\tilde{\beta}}{\pi n} \dfrac{\cos(\pi n\tilde{\beta}) - (-1)^n}{\sin(\pi n\tilde{\beta})}\right]$ – эффективная масса легких дырок ($l = lh$) в полупроводниковой квантовой яме, $\tilde{\beta}^2 = m_{lh}/m_{hh}$, $a$ – ширина ямы. Эффективная масса для тяжелых дырок $(l = hh)$ получается из последнего соотношения заменой в ней $\tilde{\beta}$ на $1/\tilde{\beta}$ и $m_{lh}$ на $m_{hh}$, где $m_{lh}(m_{hh})$ – объемная эффективная масса легких (тяжелых) дырок (см. табл. 1). Из (3) видно, что при $\vec{k}_\perp = 0$ состояния тяжелых дырок с проекцией момента $m = \pm 3/2$ на

[1] Ради простоты, в дальнейшем не будем учитывать влияние размерного квантования на величину $T_l$ и вклад эффекта Раби в коэффициент поглощения света. Так можно поступить в области малых интенсивностей. Учет этих вкладов требует отдельного рассмотрения.

главную ось структуры $z$ и легких дырок и $m$= ±1/2 не смешиваются, и им отвечают две независимые серии с энергией

$$\varepsilon_{lh} = \left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 \frac{\hbar^2}{2m_{lh}}, \quad \varepsilon_{hh} = \left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 \frac{\hbar^2}{2m_{hh}}. \tag{4}$$

Из табл. 1 видно, что в зависимости от физической природы структуры, например, от ширины ямы, эффективные массы в приближении $k_\perp a \langle\langle \sqrt{\pi n}$ имеют как отрицательные, так и положительные значения. Это означает, что из-за сложной функциональной зависимости энергии дырок от квазиимпульса кривизна энергетической дисперсии изменяет свою геометрическую форму в зависимости от выбора модели, н-р, от конечности высоты потенциальной ямы, и от выбора образца, н-р, от симметрии полупроводника, из которого выращена квантовая яма.

**Таблица 1.** Значения эффективных масс легких и тяжелых дырок в полупроводниковой квантовой яме для двух значений объемных эффективных масс ($m_0$ – масса свободного электрона).

| a) $m_{lh} = 0.082m_0$ и $m_{hh} = 0.51m_0$ | | | b) $m_{lh} = 0.083m_0$ и $m_{hh} = 0.605m_0$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| № | $m_{lh}^{(n)} / m_0$ | $m_{hh}^{(n)} / m_0$ | № | $m_{lh}^{(n)} / m_0$ | $m_{hh}^{(n)} / m_0$ |
| 1 | 0.059 | 0.119 | 1 | 0.070 | 0.109 |
| 2 | 0.019 | –0.186 | 2 | 0.067 | –0.371 |
| 3 | 0.096 | 0.693 | 3 | 0.047 | 0.641 |
| 4 | 0.083 | 0.356 | 4 | 0.077 | 0.303 |
| 5 | 0.078 | 0.008 | 5 | 0.085 | –0.261 |

Сразу заметим, что δ-функция Дирака в (2), которая описывает закон сохранения энергии для рассматриваемого оптического перехода, разделяет область значений квазиимпульса дырок как на разрешенные, так и на запрещенные. Для прямых оптических переходов удовлетворяется условие

$$\hbar k_\perp = \frac{1}{\hbar}\left[2\mu_{ll'}^{n'n}\left(\hbar\omega - \varepsilon_{l'}n'^2 + \varepsilon_l n^2\right)\right]^{1/2}. \tag{5}$$

В последнем соотношении энергетическая разность $\varepsilon_{l'}n'^2 - \varepsilon_l n^2$ играет роль энергетической щели между подзонами сложной зоны (или между ветвями одной зоны) в полупроводниковой квантовой яме. Это и есть правила отбора как внутризонных (с различными номерами размерно-квантованных состояний), так и межзонных (как с различными, так и с одинаковыми номерами размерно-квантованных состояний) оптических переходов.

Химический потенциал дырок при этом определяется соотношением

$$\exp\left[E_F / k_B T\right] = \sum_{l=lh,\, hh;n=1,2,3,} \frac{\hbar^2 p}{k_B T m_l^{(n)}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_l}{k_B T} n^2\right], \tag{6}$$

где $p$ – двумерная концентрация дырок.

Тогда в пределе бесконечно высоких барьеров матричный элемент оператора скорости для межподзонных оптических переходов $(l,n,m) \to (l',n',m')$ в структуре с $z$ || [001] с квантовой ямой $\vec{k}_\perp = 0$ имеет вид:

$$\vec{e}\vec{v}^{(0)}_{l'n'm',l\,n\,m} = \frac{2}{\hbar}k_z^{(nn')}\{(A\pm B)e_z\delta_{mm'} + B[J_z, \vec{J}_\perp \vec{e}_\perp]_{m'm}\} \tag{7}$$

или

$$\left|\vec{e}\vec{V}_{l'n',\,l\,n}\right|^2 = \frac{1}{\hbar^2}\begin{cases} 4\left(A\pm B\right)^2\left|k_z^{(n',n)}\right|^2\left|e'_z\right|^2\delta_{l'l} & \text{при } \vec{e}=\left(0,0,e_z\right) \\ D^2\left|k_z^{(n'n)}\right|^2\left|e'_+\right|^2\left(1-\delta_{l'l}\right) & \text{при } \vec{y}=\left(e_x,e_y,0\right). \end{cases} \tag{8}$$

Здесь $\hat{k}_z = -i\partial/\partial z$, $ak_z^{(nn')} = 2i\left[1-(-1)^{n+n'}\right]\dfrac{nn'}{n^2-n'^2}$, $A$, $B$, $D$ – зонные параметры полупроводника: $A+B=\hbar^2/2m_{lh}$, $A-B=\hbar^2/2m_{hh}$, $J_\alpha\left(\alpha=x,y,z\right)$ – матрицы (с размерностью 4×4, соответствующие моменту 3/2) Латтинжера [13, 14], $\vec{e}$ – вектор поляризации света, $e'_\pm = e_x \pm ie_y$; $e_{x'}, e_{y'}, e_{z'}$ – проекции вектора поляризации на оси $x', y', z'$, связанные с направлением двумерного волнового вектора $\vec{k}_\perp$, ω – частота, $I$ – интенсивность возбуждающего света, $m,m'=\pm3/2$ при $l,l'=hh$, $m,m'=\pm1/2$ при $l,l'=lh$. Из последнего видно, что в поляризации $\vec{e}\,\|\,z$ разрешены переходы $\left(hh,n\right)\to\left(hh,n'\right)$ и $\left(lh,n\right)\to\left(lh,n'\right)$, а в поляризации $\vec{e}\perp z$ – переходы $\left(hh,n\right)\to\left(lh,n'\right)$, где $n'$ и $n$ имеют разную четность. Например, для структуры GaAs-AlGaAs $n$-типа межподзонные оптические переходы в поляризации $\vec{e}\perp z$ запрещены.

При $\vec{k}_\perp \neq 0$ волновые функции дырок содержат примесь всех четырех состояний дырок с моментом $m$ = ±3/2, ±1/2 и указанные простые правила отбора нарушаются. При низкой температуре функция распределения имеет ступенчатый вид: $\Theta(E-E_F)$, где $E_F$ – химический потенциал дырок [1, 2, 10]. В этом случае спектр межподзонного поглощения представляет собой набор относительно узких пиков, соответствующих переходам $hl\to hn, ln$. Каждый из пиков ограничен областью энергий ħω между $E_h^{(n)}-E_h^{(1)}$ (или $E_l^{(n)}-E_l^{(1)}$) и $E_h^{(n)}(k_F)-E_F$ (или $E_l^{(n)}(k_F)-E_F$), где $k_F$ – квазиимпульс Ферми[2].

Расчеты, проведенные по методу, предложенному в [12], показывают, что в области низких температур и для квантовой ямы толщиной $a$ = 200 Å, $n_\omega$ = 4 ($n_\omega$ – коэффициент преломления света на частоте ω), $m_{lh}$ = $0.082m_0$ и $m_{hh}$ =$0.51m_0$ ($\tilde{\beta}=0.16078$) коэффициент однофотонного линейно поляризованного света, распространяемого по оси квантования, с энергией $\hbar\omega=\varepsilon_{lh}\left(n'=2\right)-$ $-\varepsilon_{hh}\left(n=1\right)=44.41$ meV, обусловленный оптическим переходом в $\left(hh,n'=1\right)\to\left(lh,n=2\right)$ точке экстремума $\left(\vec{k}_\perp=0\right)$, равен 32 см$^{-1}$, а для оптического перехода типа $\left(hh,n'=2\right)\to\left(lh,n=1\right)$ – 682 см$^{-1}$.

[2] В общем случае (при $\vec{k}_\perp\neq0,\ T\neq0$) расчет коэффициента поглощения света в структурах GaAs-AlGaAs с квантовой ямой с бесконечно высокими стенками рассчитан в [12], но без учета (3) и (6).

Значения коэффициента поглощения света, распространяемого поперек оси квантования для приведенных выше значений величин и для различных типов оптических переходов приведены в табл. 2.

**Таблица 2.** Коэффициент поглощения света в квантовой яме типа (001), рассчитанный для различных типов оптических переходов.

| Типы оптических переходов | $(hh,n'=1)\rightarrow(hh,n=2)$ | $(hh,n'=1)\rightarrow(hh,n=4)$ | $(lh,n'=1)\rightarrow(lh,n'=2)$ |
|---|---|---|---|
| Коэффициент поглощения света | 0.501 $см^{-1}$ | 1.225 $см^{-1}$ | 7.57 $см^{-1}$ |

В заключение заметим, что каждый каскад оптического перехода дает отдельный, но сравнимый вклад в коэффициент поглощения света (см. табл. 2). Отметим также, что вклад легких дырок в коэффициент однофотонного поглощения света, падающего вдоль плоскости ямы, и для рассмотренного выше случая примерно в три раза больше, чем вклад тяжелых дырок.

Данная работа частично финансирована грантом ОТ-Ф2-66.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Intersubband Transitions in Quantum Wells. Eds. E. Rosenjer, B. Levine (NATO ASI Series, Serie B. Physica **288**. Plenum Press. N.Y. and London), 1992.
2. E.L. Ivchenko. Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures (Harrow : Alpha Science International Ltd. **XII**, 2005).
3. Л.Е. Воробьев, Е.Л. Ивченко, Д.А. Фирсов, В.М. Шалыгин. Оптические свойства наноструктур (С.-Пб, Наука, 2001).
4. В.Л. Гуревич, Д.А. Паршин, К.Э. Штенгель, ФТТ 1465 (1988).
5. P. Men, O.S. Pan, Appl. Phys. Lett. 2799 (1992).
6. Y.-Ch. Chang, R.B. James, Phys. Rev. B 12672 (1989).
7. J.D. Sanders, K.K. Pejej, Phys. Rev. B II, 4849 (1987).
8. H.H. Chang, M.P. Houng, Y.H. Wang,Y. Chang, Appl. Phys. Lett. 509 (1992).
9. M.I. Dyakonov, B.V. Levine, R.J. Malik, J. Welker, K.K. Choy, C.C. Bethea, D.A. Kleinman, J.M. Vandenberg, Appl. Phys. Lett. 273 (1987).
10. G. Hasnain, B.V. Livine, C.C. Bethea, R.A. Login, J. Welker, R.J. Malik, Appl. Phys. Lett. 2515 (1989).
11. Д.А. Паршин, А.Р. Шабаев, ЖЭТФ 1471 (1987).
12. Л.Е. Голуб, Е.Л. Ивченко, Р.Я. Расулов, ФТП 1093 (1995).
13. Л.Е. Воробьев, Л.Е. Голуб, Д.В. Донецкий, Письма в ЖЭТФ 928 (1996).
14. Г.Л. Бир, Г. Е.Пикус. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках (Ленинград, Наука, 1973).
15. Е.Л. Ивченко, Р.Я. Расулов. Симметрия и реальная зонная структура полупроводников (Ташкент, Фан, 1992).
16. Р.Я. Расулов. Дисс. на соиск. уч. ст. д. ф.-м.н. (Ленинград, 1983).
17. И.А. Меркулов, В.И. Перель, М.Е. Портной, ЖЭТФ 1202 (1991).
18. M.I. Dyakonov (Ed.). Физика полупроводниковых наноструктур (Томск, 2010).
19. А.В. Федоров, А.В. Баранов, В.Г. Маслов, А.О. Орлова, Е.В. Ушакова, М.Ю. Леонов, В.Г. Голубев, Физика наноструктур. (С-Пб, Университет ИТМО, 2014).